



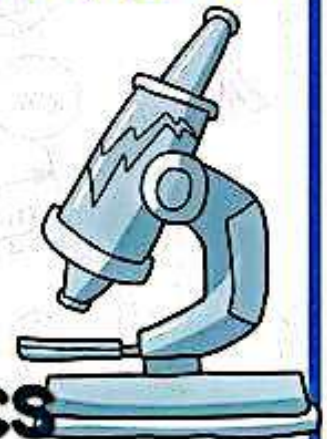
كلية العلوم
FACULTY OF SCIENCE

Leader Scientists

علمى رياضة



اللهم انفعني بما علمتني، وعلمني ما ينفعني، وزدني علماً، و
”اللهم اجعل هذا العمل صدقة جارية، واجعل العلم الذي أنشره
ينتفع به، وارفع به درجاتي“



Lecture : lec1: Dynamics

By :

A'laa Muhammad

.....Shouman.....



تفاضل المتغير طولي $\rightarrow \vec{f}$

السرعات

← قانون نيوتن الأول: يظل الجسم الساكن ساكنًا طالما لم تؤثر عليه قوة خارجية

← قانون نيوتن الثاني: معدل تغير في كمية الحركة طولي مع القوة المؤثرة

← التمييز - جمع معدل الأبعاد

Position vector

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

 $\vec{v} = \text{velocity}$ $\alpha = \text{acceleration}$

$$\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k} \rightarrow$$

تفاضل

$$\vec{a} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k} \rightarrow$$

تفاضل بالفضة لأن $\vec{f}$
← قياس تفاضل $\vec{v}$

$$\vec{r} = t^2\vec{i} + 2t\vec{j} + 5\vec{k}$$

$$\therefore \vec{v} = 2t\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\therefore \vec{a} = 2\vec{i}$$

* أوجد معادلة المسار (المسار) = معادلات البارامترية للمسار
ووسطه متغير تبين المعادلة

$$x = t^2, \quad y = 2t, \quad z = 5 \Rightarrow$$

$$t = \frac{y}{2} \Rightarrow x = \frac{y^2}{4}$$

$$\therefore y^2 = 4x \quad \text{و} \quad z = 5$$

علاقة بين x, y, z
~~4x~~

المسألة

$$\underline{r} = a \sin t \underline{i} + b \cos t \underline{j} + 3 \underline{k}$$

$$\underline{v} = a \cos t \underline{i} - b \sin t \underline{j}$$

$$\underline{a} = -a \sin t \underline{i} - b \cos t \underline{j}$$

(المركبة) $x = a \sin t$ (المركبة) $y = b \cos t$ $z = 3$

$$\sin t = \frac{x}{a} \quad \cos t = \frac{y}{b}$$

$$\sin^2 t + \cos^2 t = 1$$

$$\therefore \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{at } z=3$$

يتحرك في مسار يوازي المستوى xy عند ارتفاع $z=3$ قطع ناقص

دراسة متحرك واحد
صوام

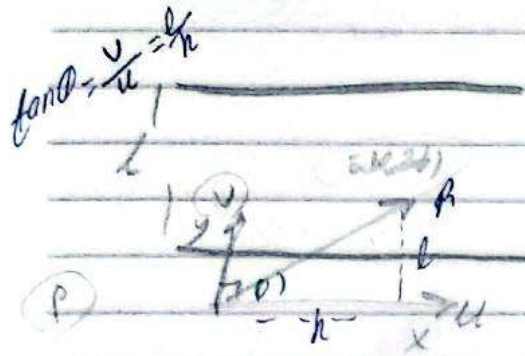
عن دراسة
أكثر من متحرك
واحد

- إذا كان المتحركان يؤثران بعضهما البعض على بعضهما
على بعضهما ← سرعة نسبية

- إذا كان المتحركان لا يؤثران
على بعضهما ← سرعة نسبية

- يسبح رجل في نهر يجري بسرعة u ، اذا كان سرعة التيار في النهر u و سرعة السبح v عت حتى يصل الشاطئ الآخر اذا بدأ من احد الشاطئين في الاتجاهين :

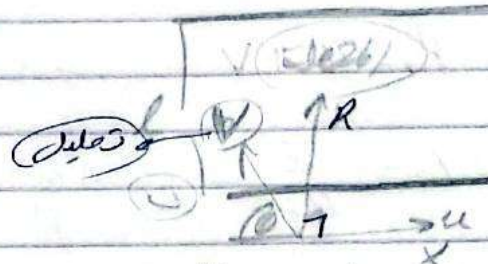
1. يسبح عمودي على التيار ؟
2. اذا كان (يضي) عمودي على التيار ؟



$$u = u \cos \theta + v \sin \theta$$

$$\therefore R_1 = u \cos \theta + v \sin \theta$$

$$R_1 = \sqrt{u^2 + v^2}$$



$$u = x \cos \theta + v \sin \theta$$

$$v = -v \cos \theta + v \sin \theta$$

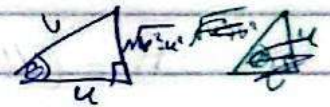
← مقداره بغير θ في (المعادلة) عمودي

$$\cos 90 = 0 \therefore R_2 = (u - v \cos \theta) \cos \theta + v \sin \theta$$

$$u - v \cos \theta = 0$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{u}{v}$$

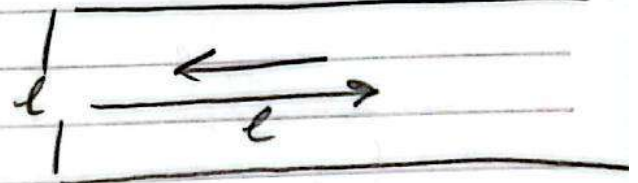
$$\therefore R_2 = v \sqrt{v^2 - u^2}$$



١١
 شخصان يسبحان في نهر عرضه l زفدهما يسبح مع التيار نهر يعود
 الى موضع بدء مسافة l والآخر يعبر النهر عوداً على السبق نهر يعود الى موضع
 البداية = ايضاً يعود اوة؟

$$R = u + v$$

(الذهاب)



$$\therefore t_1 = \frac{l}{u+v}$$

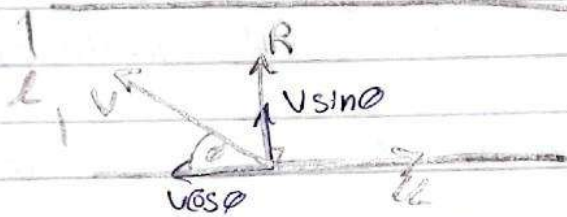
في اتجاه
التيار

$$R = |u - v|$$

(العودة)

$$\therefore t_2 = \frac{l}{u-v}$$

على السبق في العودة



$$\therefore R = (u - v \cos \theta) l + v \sin \theta$$

$$T = 2t = \frac{2l}{\sqrt{v^2 - u^2}}$$

زمن الارتفاع

الذهاب = زمن العودة



كلية العلوم
FACULTY OF SCIENCE

Leader Scientists علمى رياضة



اللهم انفعني بما علمتني، وعلمني ما ينفعني، وزدني علماً، و
"اللهم اجعل هذا العمل صدقة جارية، واجعل العلم الذي أنشره
ينتفع به، وارفع به درجاتي



Lecture : lec2: Dynamics

By :

A'laa Muhammad

.....Shouman.....

Lec 2

18-2-2026

دكتور - اسلام عبد الوهاب

دynamics =

الميكانيكا = الموضع ، السرعة ، الطاقة

متجه الموضع $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

$\vec{OP} = \vec{P} - \vec{O}$

$O(0,0,0)$ $P(x,y,z)$

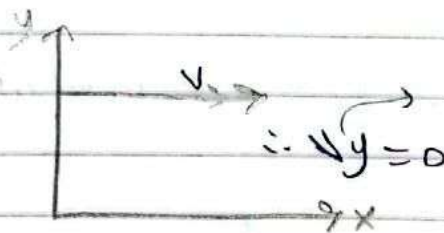
متجه السرعة $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{x}\hat{i} + \dot{y}\hat{j} + \dot{z}\hat{k} \Rightarrow$ السرعة في ثلاثة اتجاه

$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$

السرعة في بعدين =

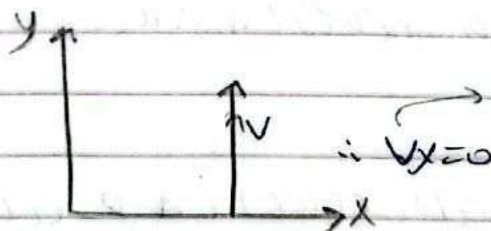
$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x}$

السرعة
توازي المحاور



الركبة الرأسية

السرعة
توازي المحاور



الركبة الأفقية

متجه التسارع $\vec{f} = \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{x}\hat{i} + \ddot{y}\hat{j} + \ddot{z}\hat{k}$

$$\vec{r} = (t^2 - 5t)\hat{i} + (t^3 - 4t^2 + t)\hat{j}$$

متجه موقع نقطة ما

اوجد = متجه السرعة في بداية الحركة « $t=0$ »
و متجه الموقع عندما تكون السرعة موازية للمحاور « $v_x=0$ »

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (2t - 5)\hat{i} + (3t^2 - 8t + 1)\hat{j}$$

$$\text{at } t=0 \quad \vec{v}_0 = -5\hat{i} + \hat{j}$$

$$v_x = 2t - 5 = 0 \quad \therefore t = \frac{5}{2}$$

$$\text{at } \frac{5}{2} \quad \vec{r} = \left(\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{5 \times 5}{2}\right)\hat{i} + \left(\left(\frac{5}{2}\right)^3 - 4\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{2}\right)\hat{j}$$

$$\vec{r} = a \cos(\omega t)\hat{i} + a \sin(\omega t)\hat{j} + ct^2\hat{k}$$

اوجد السرعة والاعلة =

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = -a\omega \sin(\omega t)\hat{i} + a\omega \cos(\omega t)\hat{j} + 2ct\hat{k}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -a\omega^2 \cos(\omega t)\hat{i} - a\omega^2 \sin(\omega t)\hat{j} + 2c\hat{k}$$

$$x = a \cos t \quad , \quad y = a + b \sin t$$

متجه موقع إحداثيات

مما وجد معادلة المسار ؟ علاقة بين الإحداثيات بدون t

$$\cos t = \frac{x}{a}$$

$$\therefore \sin^2 t + \cos^2 t = 1$$

$$\sin t = \frac{y-a}{b}$$

$$\therefore \frac{x^2}{a^2} + \frac{(y-a)^2}{b^2} = 1$$

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (-a \sin t) \hat{i} + b \cos t \hat{j}$$

$$x \text{ السرعة توازي } : V_y = 0 \quad \therefore b \cos t = 0 \quad \therefore t = \frac{\pi}{2}$$

$$y \text{ السرعة توازي } : V_x = 0 \quad \therefore -a \sin t = 0 \quad \therefore t = \pi$$

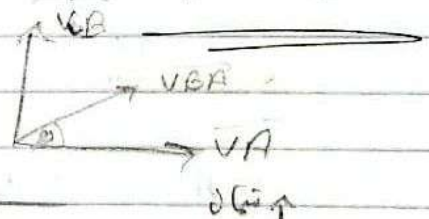
أوضاع علم

$$\vec{V}_{BA} = \vec{V}_B - \vec{V}_A$$

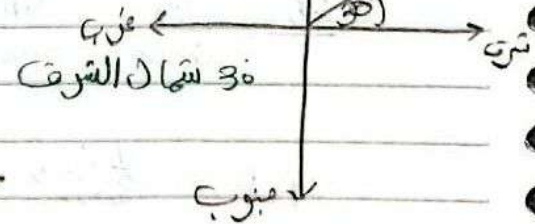
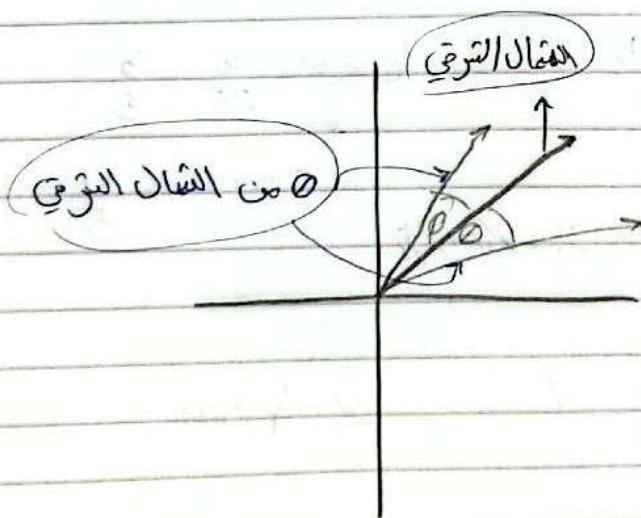
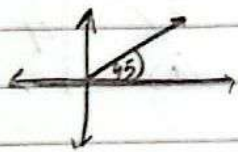
سرعة B بالنسبة لـ A

$$\tan \theta = \frac{V_B}{V_A}$$

السرعة النسبية =



السمت الشامي الشرقي = السمت الشامي = 45°

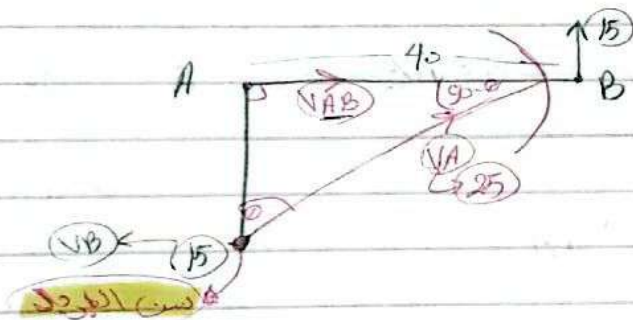


تطبيقات السرعة النسبية = المسائل الطراد والمطار

الطراد A الذي يسير وراء المطار B $V_A > V_B \Rightarrow$ مطلوب الاتجاه الزمن

المطار B الذي يسير اقرب بخط $V_A < V_B \Rightarrow$ مطلوب الاتجاه الزمن اقرب بخط

مثال طراد يسير بسرعة 25 km/h ، طراد سبقته عدو 15 km/h ، وكان على اتجاه الشمال وكان على بعد 40 km في الشرق .
او جد زمن الوصول واتجاه حركة الطراد
معلومة الاتجاه والمطار
 $V_A = 25$ سرعة الطراد
 $V_B = 15$ سرعة المطار



$$15 = V_B = \text{نفس}$$

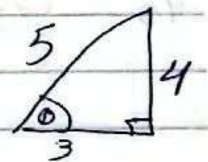
بسرعة الطراد < سرعة المطار
بالقوس يقطع AB

من قاعدة كوس =

$$\frac{V_A}{\sin \theta} = \frac{V_B}{\sin(90^\circ - \theta)} = \frac{V_{AB}}{\sin 90^\circ}$$

$$\frac{25}{1} = \frac{15}{\cos \theta} = \frac{V_{AB}}{\sin \theta}$$

$$\cos \theta = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$



$$\therefore \sin \theta = \frac{4}{5}$$

$$\therefore V_{AB} = \frac{\frac{4}{5} \times 25}{1} = 20 \text{ km/h}$$

$$\therefore t = \frac{x}{v_r} = \frac{40}{20} = 2 \text{ hour}$$

المطار

طوار A $V_A = 15 \text{ node}$ ، سفينة قريبة B $V_B = 20 \text{ node}$ تتحرك في اتجاه الشرق والسرعة

على بعد 8 N.M من شرق الطراد ،
 ← أوجد اتجاه الطراد ، زمن وصول الطراد ، اقرب بعد X

← السرعة النسبية

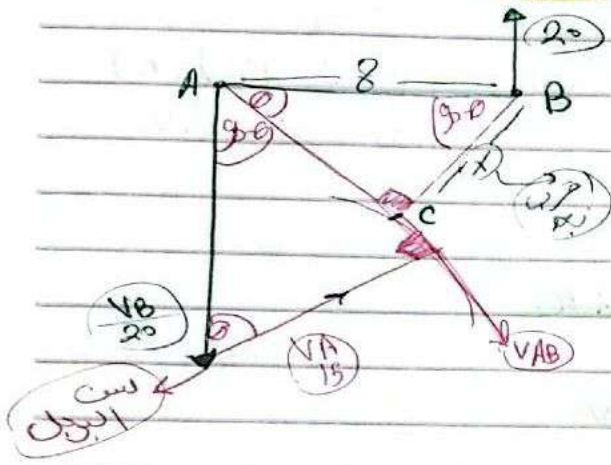
لغة = 20

سرعة الطراد

سرعة الطراد

بالقوس لتقطع المسافة بين A و B

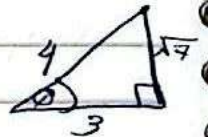
من قاعدة لا فيثاغورس



$$\frac{V_A}{\sin(90^\circ - \theta)} = \frac{V_B}{\sin \theta} = \frac{V_{AB}}{\sin \theta}$$

$$\frac{15}{\cos \theta} = \frac{20}{1} = \frac{V_{AB}}{\sin \theta}$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$



$$\therefore \sin \theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$V_{AB} = 5\sqrt{7} \text{ node}$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{x}{8}$$

$$\therefore x = \frac{8\sqrt{7}}{4} = 2\sqrt{7} \text{ N.M}$$

← اقرب بعد

$$t = \frac{V_{AB}}{AC} = \frac{5\sqrt{7}}{28 \times \frac{3}{4}} = \frac{6\sqrt{7}}{6}$$

زمن

← اقرب بعد

Shuman



كلية العلوم
FACULTY OF SCIENCE

Leader Scientists علمى رياضة



اللهم انفعني بما علمتني، وعلمني ما ينفعني، وزدني علماً، و
”اللهم اجعل هذا العمل صدقة جارية، واجعل العلم الذي أنشره
ينتفع به، وارفع به درجاتي“



Lecture : lec3: Dynamics

By :

A'laa Muhammad

.....Shouman.....



lec3

25-2-2024

ديناميكي

الباب الثاني

قوانين نيوتن للحركة

القوة - أي مؤثر خارجي يؤثر على الجسم

$$p = m \cdot v$$

كمية الحركة

القانون الأول = يظل الجسم ساكن أو متحرك طالما لم يؤثر عليه قوة تغير وضعه

كمية ثابتة

القانون الثاني

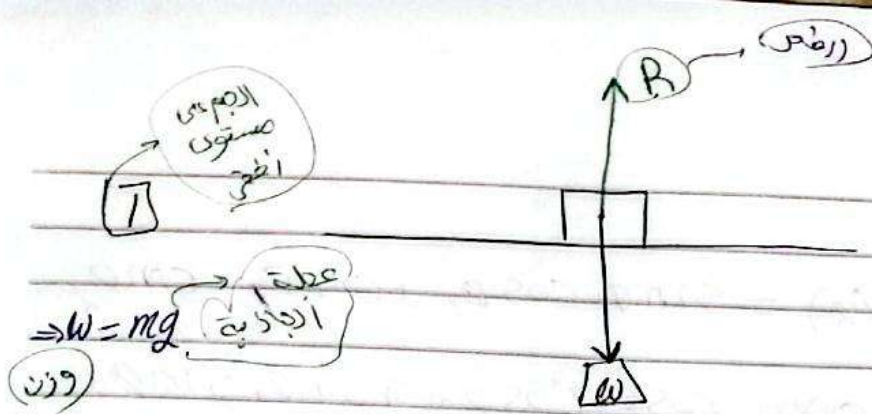
$$\frac{dp}{dt} = F$$

$$\frac{dmv}{dt} = F$$

$$F = \frac{mdv}{dt} = ma$$

القانون الثالث

لكل فعل رد فعل مساوٍ له في المقدار ومضاد له في الاتجاه



إذا تحرك المستوى لأسفل:

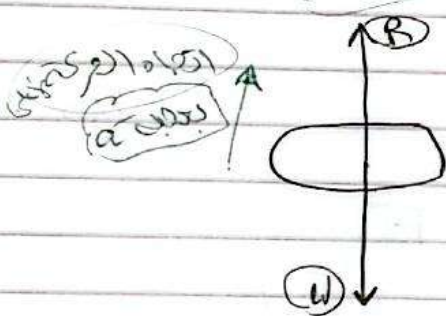
$$m \cdot a = W - R$$

عكس الحركة (opposite motion)

المستوى لا يعلو:

$$m \cdot a = R - W$$

اتجاه الحركة (direction of motion)



$$\frac{W}{2} \cdot a = R - W$$

المعادلة (equation)

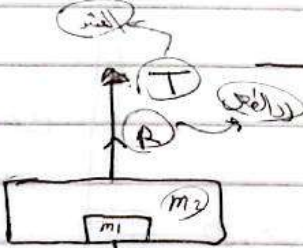
$$\frac{W}{2} \cdot a = W - R$$

الحركة لأسفل (motion downwards)

المركبة (the vehicle)

$$m = m_1 + m_2$$

الوزن (weight)



$$\frac{W}{2} \cdot a = (T + R) - W$$

المعادلة (equation)

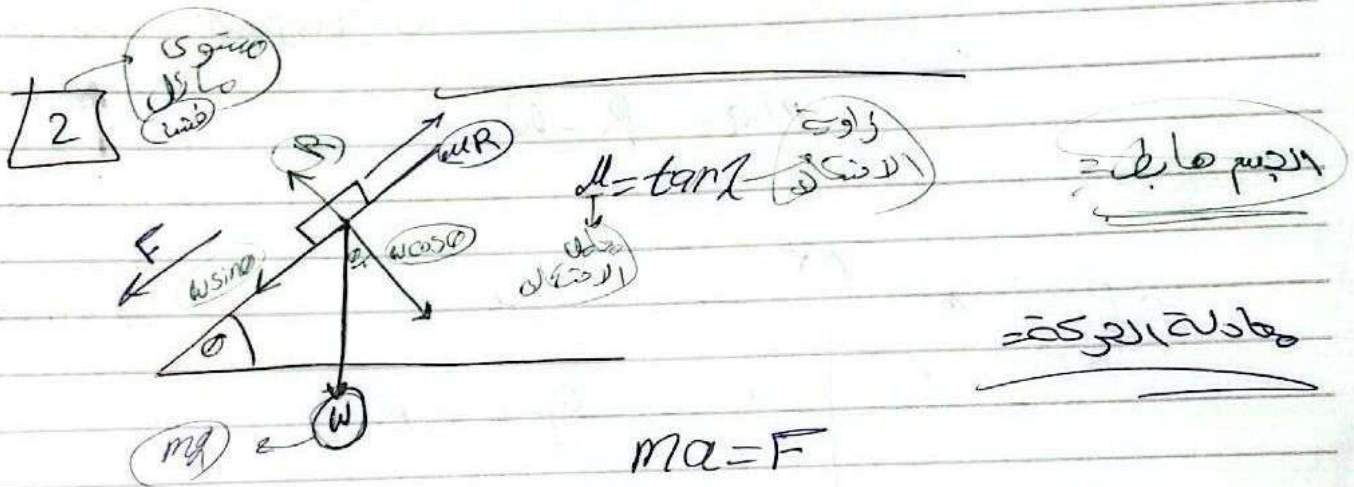
$$\frac{W}{2} \cdot a = (T + R) + W$$

المعادلة (equation)

$$\Rightarrow \sin(\theta_1 \pm \theta_2) = \sin \theta_1 \cos \theta_2 \pm \cos \theta_1 \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow \cos(\theta_1 \pm \theta_2) = \cos \theta_1 \cos \theta_2 \mp \sin \theta_1 \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow \tan(\theta_1 \pm \theta_2) = \frac{\tan \theta_1 \pm \tan \theta_2}{1 \mp \tan \theta_1 \tan \theta_2}$$



$$\therefore ma = mg \sin \theta - \mu R \Rightarrow ①$$

$$\therefore R = mg \cos \theta \Rightarrow ②$$

$$\therefore ma = mg \sin \theta - \tan \lambda \cdot mg \cos \theta$$

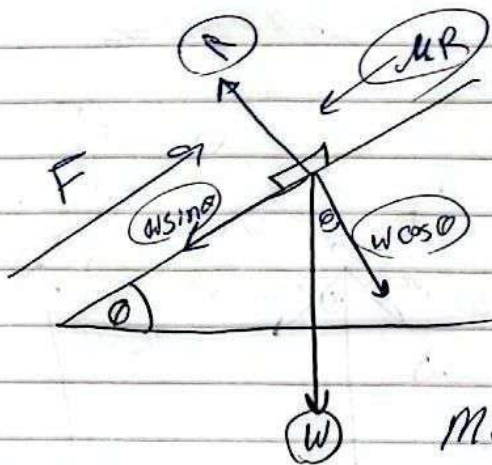
$$a = g \left(\sin \theta - \frac{\sin \lambda}{\cos \lambda} \cdot \cos \theta \right)$$

$$= g \left(\frac{\sin \theta \cdot \cos \lambda - \cos \theta \sin \lambda}{\cos \lambda} \right) = g \left(\frac{\sin(\theta - \lambda)}{\cos \lambda} \right)$$

$\theta < \lambda$ يتحرك الجسم

$\theta = \lambda$ على وشك الحركة

$\theta > \lambda$ يتحرك



$$ma = F$$

$$ma = -\mu R - W \sin \theta \rightarrow (1)$$

$$R = W \cos \theta \rightarrow (2)$$

$$\therefore ma = \frac{-\sin \theta}{\cos \theta} \cdot mg \cos \theta - mg \cdot \sin \theta$$

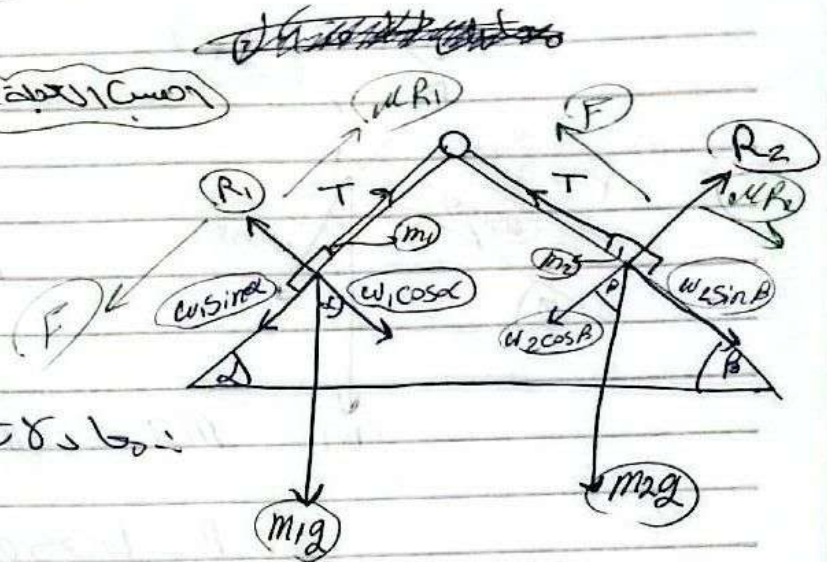
$$\therefore a = g \left(\frac{-\sin \theta}{\cos \theta} \cdot \cos \theta - \sin \theta \right)$$

$$\therefore a = -g \frac{\sin(\theta + \theta)}{\cos \theta}$$

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu$$

معامل الاحتكاك μ

كتلتان m_1 و m_2



الحالات حركية m_1

$$\therefore m_1 a = F$$

$$\therefore m_1 a = m_1 g \sin \alpha - T - \mu R_1 \rightarrow (1)$$

$$R_1 = m_1 g \cos \alpha \rightarrow (2)$$

الحالات حركية m_2

$$\therefore m_2 a = F$$

$$\therefore m_2 a = T - \mu R_2 - m_2 g \sin \beta \rightarrow (3)$$

$$R_2 = m_2 g \cos \beta \rightarrow (4)$$

$$\therefore m_1 a = m_1 g \sin \alpha - T - \mu m_1 g \cos \alpha \rightarrow (5)$$

$$\therefore m_2 a = T - \mu m_2 g \cos \beta - m_2 g \sin \beta \rightarrow (6)$$

$$T_1 = T_2 = T$$

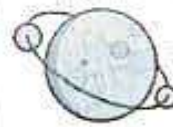
$$\therefore a = \frac{m_1 g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) - m_2 g (\mu \cos \beta + \sin \beta)}{m_1 + m_2}$$



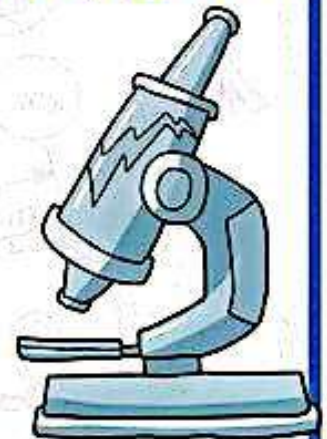
كلية العلوم
FACULTY OF SCIENCE

Leader Scientists

علمى رياضة



اللهم انفعني بما علمتني، وعلمني ما ينفعني، وزدني علماً، و
"اللهم اجعل هذا العمل صدقة جارية، واجعل العلم الذي أنشره
ينتفع به، وارفع به درجاتي



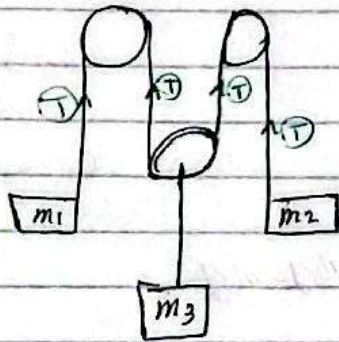
Lecture :

lec4 : Dynamics

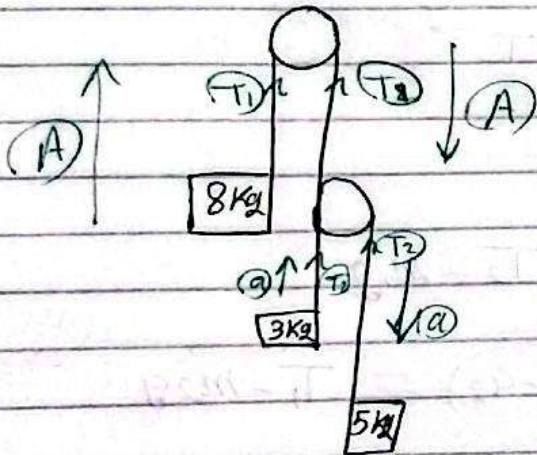
By :

A'laa Muhammad

.....Shouman.....



← نفس الخيط نفس التوتر T



أوجد العجلة A والتوتر T

$$8 \times A = T_1 - 8g \rightarrow (1)$$

$$T_1 = 2T_2 \rightarrow (2)$$

$$3(A - a) = T_2 - 3g \rightarrow (3)$$

$$5 \times (A + a) = 5g - T_2 \rightarrow (4)$$

$$4A = T_2 - 4g \Rightarrow T_2 = 4A + 4g \rightarrow (5) \quad (1 \text{ ص})$$

$$A = \frac{-g}{31} \Rightarrow \text{محتاج (3) و (4) واستعمل في (5)}$$

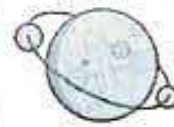
$$\therefore T_1 = 2T_2 = 2 \left[\frac{-4g}{31} + 4g \right]$$

CS/ae
Shoman



كلية العلوم
FACULTY OF SCIENCE

Leader Scientists علمى رياضة



اللهم انفعني بما علمتني، وعلمني ما ينفعني، وزدني علماً، و
"اللهم اجعل هذا العمل صدقة جارية، واجعل العلم الذي أنشره
ينتفع به، وارفع به درجاتي



Lecture : lec 5 : Dynamics

By :

A'laa Muhammad

.....Shouman.....



lec 5

11-3-2026

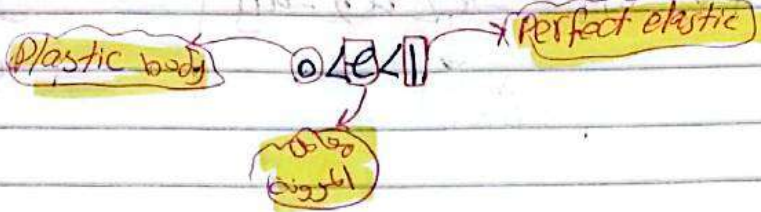
دكتور رمضان

رسميكا =

التصادم المرئي

Elastic body

الجسم المرئي يعود إلى شكله الأصلي بعد تأثير القوة عليه



$$I_1 = \int F dt$$

$$= \int m_1 \cdot \frac{dv}{dt} dt$$

$$= \int_{u_1}^{v_1} m_1 dv$$

$$= m_1 [v_1 - u_1]$$

$$I_2 = - \int F dt$$

$$= - \int m_2 \cdot \frac{dv}{dt} dt$$

$$= - \int_{u_2}^{v_2} m_2 dv$$

$$= -m_2 [v_2 - u_2]$$

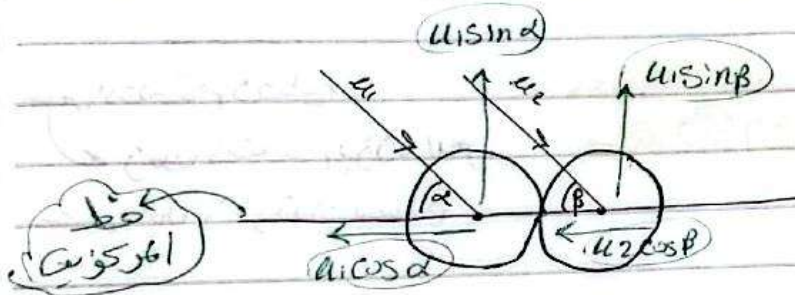
$$\Rightarrow I_1 = -I_2 \quad \therefore m_1 [v_1 - u_1] = -m_2 [v_2 - u_2]$$

$$\Rightarrow m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

مبدأ بقاء كمية
الحركة الخطية

$$= v_2 - v_1 \propto u_2 - u_1$$

$$\Rightarrow [v_2 - v_1] = \underbrace{e}_{\substack{\text{الارتداد} \\ \text{مقابل}}} [u_2 - u_1] \Rightarrow \text{قانون نيوتن التجريبي}$$



التصادم المائل

السرعة الابتدائية لأحدهما وكلاهما
تصبح زاوية حفظ الزخم

Final 2023

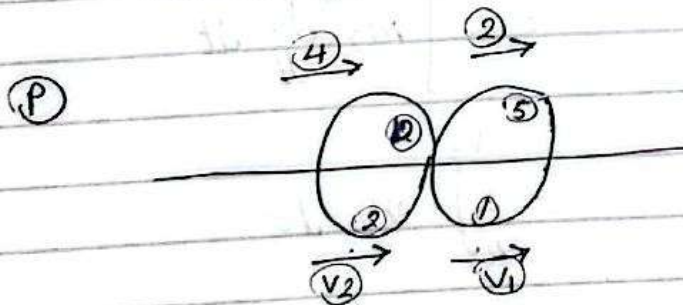
كوتان مرتان الأولى كتلتها 5 وتتحرك بسرعة 2
والثانية كتلتها 10 وتتحرك بسرعة 4 في نفس الاتجاه

أدرس التصادم إذا كانت:
أ. الكرة الثانية الخام الأولى؟
ب. الكرة الأولى خلف الثانية؟

ج. الكرة الثانية خلف الأولى؟

$$m_1 = 5, u_1 = 2$$

$$m_2 = 10, u_2 = 4$$



$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2$$

$$5 \times v_1 + 10 \times v_2 = 5 \times 2 + 10 \times 4$$

$$5v_1 + 10v_2 = 50 \Rightarrow v_1 + 2v_2 = 10$$

صبر أنيون كمية
الحركة الخطية

$$V_2 - V_1 = -e[\mu_2 - \mu_1]$$

المبدأ الثاني
لنوت

$$V_2 - V_1 = -\frac{1}{2}[4 - 2] = -1 \Rightarrow \boxed{2}$$

$$\therefore V_2 - V_1 = -1$$

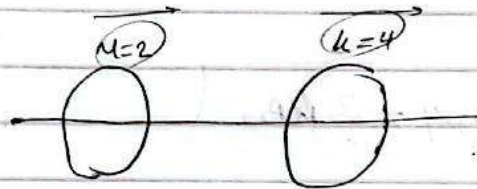
$$V_1 + 2V_2 = 10$$

$$\Rightarrow 3V_2 = 9$$

$$\Rightarrow \boxed{V_2 = 3}$$

$$\therefore \boxed{V_1 = 4}$$

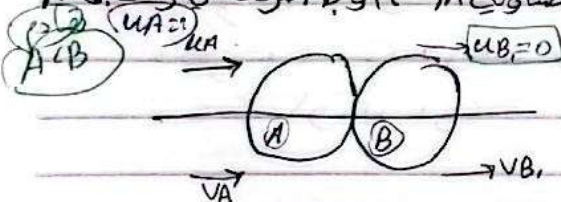
(L)



لا يوجد تماس

← ثلاث كرات A, B, C وضعت على خط واحد، معطى الارتداد بين كل منهم $e = \frac{1}{2}$
قرص A يتحرك بـ B، ثم اصطدمت B بـ C، فإذا كانت سرعة C

بعد الاصطدام = 27، حيث أن الثلاث كتل متساوية m ، ووجه السرعة التي قرص A
 $u_A = u_A$ $u_B = 0$ $m_A = m_B = m_C = m$



كانوا في وضع متساو

$$m v_A + m v_{B1} = m u_A + m u_{B1}$$

$$\therefore \boxed{v_A + v_{B1} = u_A} \Rightarrow \boxed{1}$$

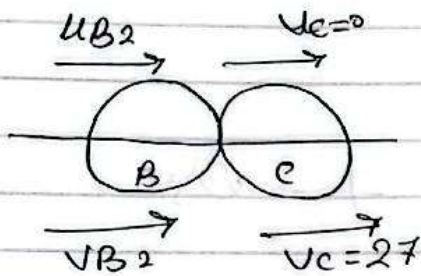
$$v_{B1} - v_A = -e[u_{B1} - u_A]$$

$$\boxed{v_{B1} - v_A = \frac{1}{2} u_A} \Rightarrow \boxed{2}$$

نوع 1 < 2

$$\therefore \boxed{2 v_{B1} = \frac{3}{2} u_A}$$

$$\boxed{v_{B1} = u_{B2}}$$



$$u_{B2} = v_{B1}$$

$$m \cdot v_{B2} + m v_C = m u_{B2} + m u_C$$

$$\therefore v_{B2} + 27 = u_{B2} \quad \text{--- (3)}$$

$$v_C - v_{B2} = -e [u_C - u_{B2}]$$

$$27 - v_{B2} = \frac{1}{2} u_{B2} \quad \text{--- (4)}$$

من (3) و (4)

$$\therefore 54 = \frac{3}{2} u_{B2}$$

Shouman

$$\therefore 54 = \frac{3}{2} \times \frac{3}{4} u_A$$

$$\therefore u_A = \frac{54 \times 2 \times 4}{9} = 36$$

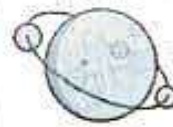
Task =

ثلاث كرات حركة A، B، C على سطح واحد، معامل الارتداد $e = \frac{1}{2}$ ، في وقت A تصطدم بـ B، ثم تصطدم B بـ C، كتلة B هي $m_B = 2m$ ، $m_A = m_C = m$ ، في البداية سرعة C هي 27، أوجد سرعة A التي تتركها.

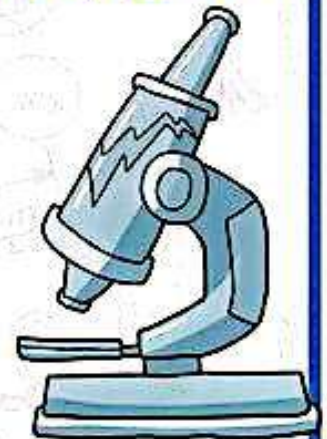


كلية العلوم
FACULTY OF SCIENCE

Leader Scientists علمى رياضة



اللهم انفعني بما علمتني، وعلمني ما ينفعني، وزدني علماً، و
"اللهم اجعل هذا العمل صدقة جارية، واجعل العلم الذي أنشره
ينتفع به، وارفع به درجاتي



Lecture :

lec 6 : Dynamics

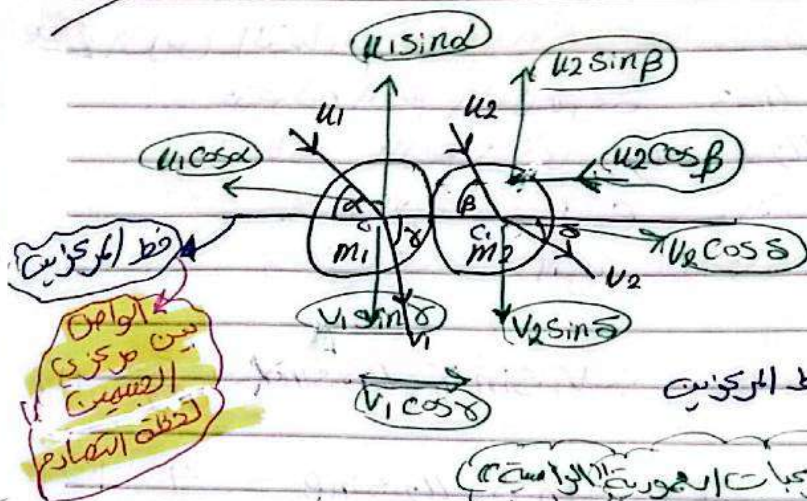
By :

A'laa Muhammad

.....Shouman.....



التصادم المائل



تفكيك مركبات السرعة

المركبات العمودية على خط المراكز
كل جسم تحت تأثير التماسك

نستخدم المركبات الأفقية في اتجاه خط المراكز

معادلة حركة التصادم
(المائل)

تلاشي المركبات العمودية (الزاوية)

$$\Rightarrow v_1 \sin \delta = u_1 \sin \alpha, \quad \Rightarrow v_2 \sin \theta = u_2 \sin \beta$$

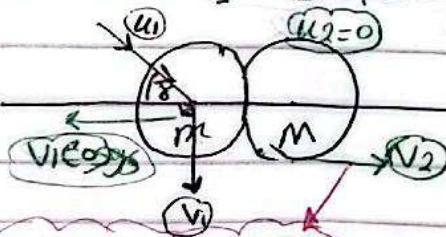
$$\Rightarrow m_1 \cdot v_1 \cos \delta + m_2 \cdot v_2 \cos \theta = m_1 \cdot u_1 \cos \alpha + m_2 \cdot u_2 \cos \beta$$

هذا هو
قوة الحركة
الخطية

$$\Rightarrow v_2 \cos \theta - v_1 \cos \delta = -e [u_2 \cos \beta - u_1 \cos \alpha]$$

قانون نيوتن
التجديبي

Ex. 1 استخدمت كرة كتلتها m و δ كتلتها M و سرعة الأول u
تصل على خط المراكز بزاوية α وبعد التصادم كانت سرعتها
عمودية على خط المراكز = ادريس التصادم (او جد قبة v)



$$v_2 - v_1 \cos 90 = -e [u_2 - u_1 \cos \alpha]$$

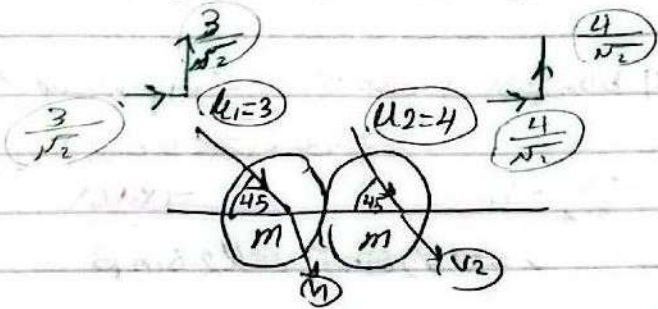
$$v_2 \sin \theta = u_2 \sin \beta$$

$$\because u_2 = 0 \quad \therefore \sin \theta = 0$$

$$\therefore v_2 = -e [-u \cos \alpha] = eu \cos \alpha$$

ادرس التصادم (إيجاد قيم السرعات البعثة)

يتحرك الجسم الأول بسرعة $u_1 = 3$ بزاوية مع الأفقي $\alpha = 45^\circ$ ،
اصطدم بالجسم الثاني بسرعة $u_2 = 4$ بزاوية مع الأفقي $\beta = 45^\circ$
معامل الارتداد $e = \frac{1}{2}$ ، الكتلتان متساويتان $m_1 = m_2 = m$
وإذا كانت السرعات النهائية تتحرك بزاوية مع الأفقي δ



$$v_1 \sin \delta = u_1 \sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{2}} \quad [1]$$

$$v_2 \sin \delta = u_2 \sin \beta = \frac{4}{\sqrt{2}} \quad [2]$$

قانون
الحركة الأفقية

$$m_1 v_1 \cos \delta + m_2 v_2 \cos \delta = m_1 u_1 \cos \alpha + m_2 u_2 \cos \beta$$

$$\therefore v_1 \cos \delta + v_2 \cos \delta = \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{7}{\sqrt{2}} \quad [3]$$

قانون
نيوتن الثاني

$$v_2 \cos \delta - v_1 \cos \delta = -e [u_2 \cos \beta - u_1 \cos \alpha]$$

$$\therefore v_2 \cos \delta - v_1 \cos \delta = -\frac{1}{2} \left[\frac{4}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{2}} \right] = \frac{-1}{2\sqrt{2}} \quad [4]$$

بجمع [3] و [4]

$$2v_2 \cos \delta = \frac{14}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{13}{2\sqrt{2}}$$

$$\therefore v_2 \cos \delta = \frac{13}{4\sqrt{2}} \quad [5]$$

بالتعويض
من [5] في [3]

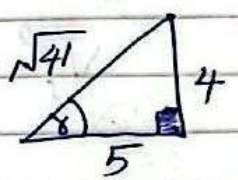
$$v_1 \cos \delta = \frac{28}{4\sqrt{2}} - \frac{13}{4\sqrt{2}} = \frac{5}{4\sqrt{2}} \quad [6]$$

Shahman

$\sqrt{25+16}$

من 1 و 6

$$\frac{v_1 \sin \theta}{v_1 \cos \theta} = \tan \theta = \frac{3 \times 4\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times 15} = \frac{4}{5}$$



$$\therefore \theta = \tan^{-1} \frac{4}{5} = 38^\circ 39' 35'' \checkmark$$

سرعة الاصطدام الأولي بعد التصادم

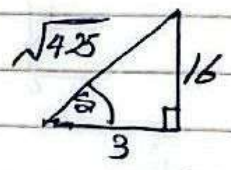
$v_1 = 3.39$ وتقبل بزاوية $\theta = 38^\circ 39' 35''$

على خط المماس

$$u_1 = \frac{v_1 \sin \theta}{\sin \theta} = \frac{3 \cdot \sqrt{41}}{\sqrt{2} \cdot 4} = 3.39 \checkmark$$

من 2 و 5

$$\frac{v_2 \sin \delta}{v_2 \cos \delta} = \tan \delta = \frac{4 \cdot 4\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot 13} = \frac{16}{13}$$



$$\therefore \delta = \tan^{-1} \frac{16}{13} = 50^\circ 54' 22'' \checkmark$$

$$v_2 = \frac{v_2 \sin \delta}{\sin \delta} = \frac{4 \cdot \sqrt{425}}{\sqrt{2} \cdot 16} = 3.64 \checkmark$$

سرعة الاصطدام الثاني بعد

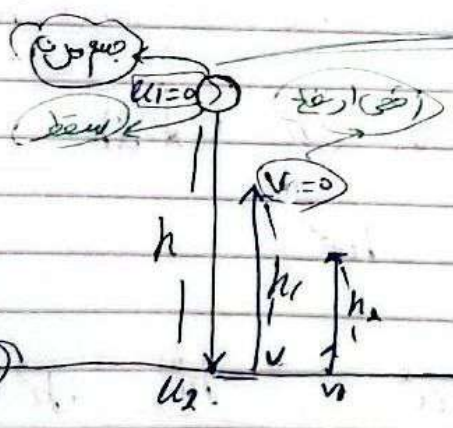
$v_2 = 3.64$

التصادم

وتقبل بزاوية $\delta = 50^\circ 54' 22''$ على خط المماس

التصادم خارج الارتفاع الجسمين

← يمنع استخدام صيغتي كمية الحركة الخطية



تطبيق قانون نيوتن التجريبي

إيجاد السرعات

$$v - 0 = -e(u_2)$$

$$v = eu_2$$

سرعة الصدمة الأولى

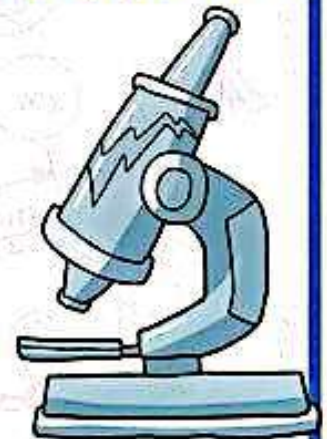


كلية العلوم
FACULTY OF SCIENCE

Leader Scientists علمى رياضة



اللهم انفعني بما علمتني، وعلمني ما ينفعني، وزدني علماً، و
”اللهم اجعل هذا العمل صدقة جارية، واجعل العلم الذي أنشره
ينتفع به، وارفع به درجاتي“



Lecture :

lec 7 : Dynamics

By :

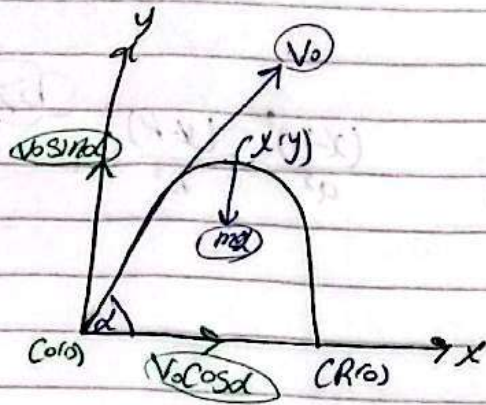
A'laa Muhammad

Shouman



lec 7 =
15-4-2026

دنيا فيزيكا في المقذوفات =
د. اسلام سامي



الشروط الابتدائية للحركة

$$t_0 = 0 \quad (x_0, y_0) = (0, 0)$$

$$(\dot{x}_0, \dot{y}_0) = (V_0 \cos \alpha, V_0 \sin \alpha)$$

$$= (V_0 \cos \alpha, V_0 \sin \alpha)$$

الاتجاهات
المكان والزمان

الحركة الأفقية

$$m \ddot{x} = 0$$

$$\ddot{x} = 0$$

تساوي بالثبات

$$\dot{x} = C_2$$

$$\dot{x}_0 = V_0 \cos \alpha$$

$$C_2 = V_0 \cos \alpha$$

$$x = V_0 \cos \alpha t + C_3$$

$$\text{at } t=0 \quad x=0$$

$$x = V_0 \cos \alpha t$$

$$\dot{x} = V_0 \cos \alpha$$

الحركة الرأسية

$$m \ddot{y} = -mg$$

$$\ddot{y} = -g$$

تساوي بالثبات

$$\dot{y} = -gt + C_1$$

$$\dot{y}_0 = V_0 \sin \alpha$$

at t=0

$$C_1 = V_0 \sin \alpha$$

$$\dot{y} = -gt + V_0 \sin \alpha$$

$$\text{at } t=0 \quad y=0$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin \alpha t$$

$$\dot{y} = -gt + V_0 \sin \alpha$$

الارتفاع الأقصى = H رأسيا : $\dot{y}_H = 0$, $y_H = ?$

$$\dot{y} = 0 \quad \therefore gt = V_0 \sin \alpha$$

زمن أقصى ارتفاع = رأسيا $t_h = ?$, $y = 0$

$$\therefore y = 0 \quad y = -gt + v_0 \sin \alpha$$

$$\therefore gt = v_0 \sin \alpha$$

$$t_h = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

أقصى ارتفاع $y_h = ?$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha t$$

$$\therefore y_h = -\frac{1}{2}g \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g^2} + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$y_h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$t_f = ?$$

$$y = 0$$

زمن الطيران

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha t = 0$$

$$\frac{1}{2}gt^2 = v_0 \sin \alpha t$$

$$\therefore t_f = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = 2t_h$$

$$R = x = (v_0 \cos \alpha) t_f$$

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t_f$$

$$R = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$at = \sin 2d = 1$$

$$\therefore 2d = 90^\circ \quad \therefore d = 45^\circ$$

R_{max} أقصى مدى

$$R_{max} = \frac{V_0^2}{g}$$

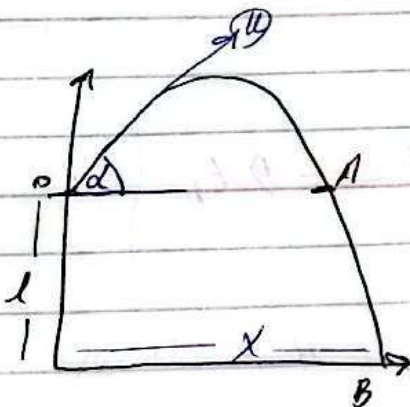
$$\Rightarrow x = V_0 \cdot t \cdot \cos \alpha \quad \Rightarrow y = -\frac{1}{2} g t^2 + V_0 t \sin \alpha$$

بداية المسار

$$\therefore t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2} g \cdot \frac{x^2}{V_0^2 \cos^2 \alpha} + \frac{V_0 \cdot x \cdot \sin \alpha}{V_0 \cos \alpha}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{V_0^2} \sec^2 \alpha + x \cdot \tan \alpha$$



← لحال زمن الطيران t_p من النقطة 0 إلى B
نفع $y = -l$

← لحال l «المسافة بين A و B»

$$x = V_0 \cos \alpha \cdot t_p$$

Handwritten signature/initials.



كلية العلوم
FACULTY OF SCIENCE

Leader Scientists علمى رياضة



اللهم انفعني بما علمتني، وعلمني ما ينفعني، وزدني علماً، و
”اللهم اجعل هذا العمل صدقة جارية، واجعل العلم الذي أنشره
ينتفع به، وارفع به درجاتي“



Lecture : lec8 : Dynamics

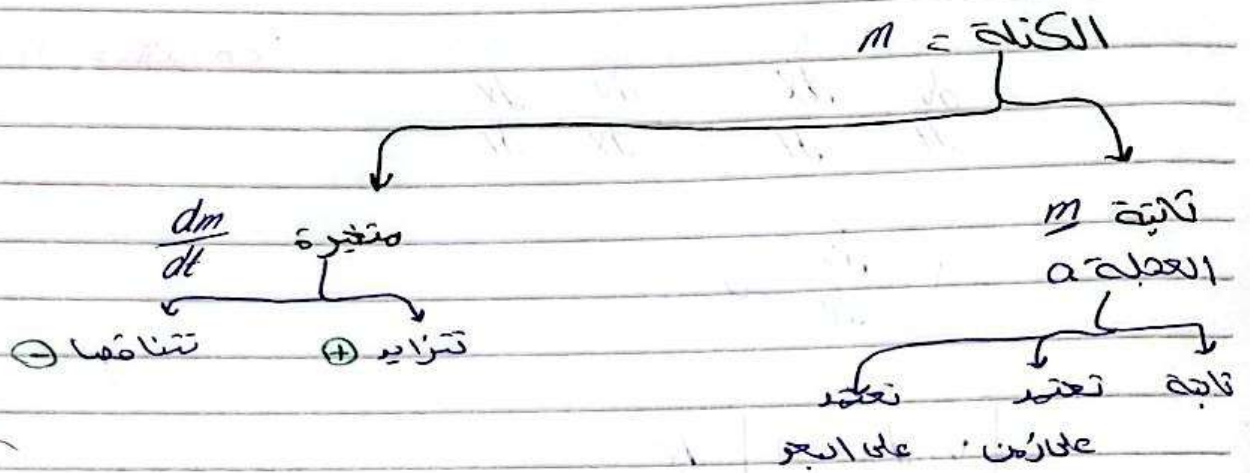
By : A'laa Muhammad
Shouman



1008-

29-4-2026

ديناميكا: الحركة في خط مستقيم
(+) الحركة التوافقية البسيطة



V_0 , $t_0 = 0$

المكتلة ثابتة = «العتلة ثابتة» «لا دالة في الزمن»

$$\ddot{x} = \frac{dx}{dt} = a = \text{constant} \quad v = \dot{x} = \frac{dx}{dt}$$

يمكن

$$v = a \int dt = at + C_1$$

at $v = V_0$
at $t = 0$
 $\therefore C_1 = V_0$

كتلة ثابتة m
عتلة ثابتة a

$$v = at + V_0$$

at $t = 0$
at $x = 0$
 $\therefore C_2 = 0$

$$\dot{x} = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + C_2$$

بدء الحركة من الممر

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t$$

بدء الحركة من مسافة l

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + l$$

« كارة في المسافة »

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$v \cdot \frac{dv}{dx} = a$$

$$\int v \cdot dv = a \int dx$$

$$\frac{1}{2} v^2 = ax + C_3$$

at $x=0$ → $v=v_0$ → $C_3 = \frac{1}{2} v_0^2$

هنا الحركة من الصفر

at $x_0 = x$ → $C_3 = \frac{1}{2} v_0^2 - ax_0$

بداية الحركة
من مسافة x_0

$$v^2 = v_0^2 + 2ax$$

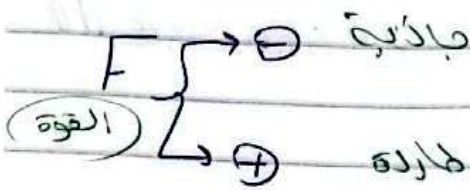
بداية الحركة من
الصفر

$$v^2 = 2a(x - x_0) + v_0^2$$

بداية الحركة من مسافة
 x_0

في حالة السقوط الحر =
الكتلة ثابتة m ، العجلة ثابتة g

← الكتلة ثابتة = العجلة تعتمد على البعد //



$$\ddot{x} = \frac{v dv}{dx}$$

تتحرك نقطة مادية كتلتها m في خط مستقيم تحت تأثير قوة جاذبية
تناسب مع مربع البعد عن مركز الجذب عن أي سرعة عند أي موقع إذا بدأت
الحركة من على بعد a من مركز الجذب $F=0$ ($x=a$, $v=0$)



$$F \propto \frac{1}{x^2} \quad \text{جاذبية} \quad \text{نقطة} \quad \text{القطعة}$$

$$F = -\frac{K}{x^2} = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = \frac{-K}{mx^2} \quad K = \frac{A}{m}$$

$$\frac{v dv}{dx} = \frac{-K}{x^2} \quad \int v dv = -K \int \frac{dx}{x^2} \Rightarrow \frac{1}{2} v^2 = \frac{K}{x} + C_1$$

at $v=0$ ($x=a$)

$$0 = Ka^{-1} + C_1 \quad C_1 = -\frac{K}{a}$$

$$\frac{1}{2} v^2 = \frac{K}{x} - \frac{K}{a} \quad v^2 = 2K \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{a} \right) \quad \text{مركز الجذب } x=0$$

كمية محفوظة غير حلولة غير قابلة لقياس x فإجابة $v = \infty = \frac{1}{0}$

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{2K \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{a} \right)}$$

مشتقها مع الزمن

تأخذ

كل شيء متعلق

$$\int \frac{x}{a-x} dx = \int \frac{a \sin^2 \theta}{a(1-\sin^2 \theta)} \cdot 2a \sin \theta \cos \theta d\theta$$

$x = a \sin^2 \theta$
 $dx = 2a \sin \theta \cos \theta d\theta$

$$= \int \frac{a \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \cdot 2a \sin \theta \cos \theta d\theta$$

$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta$

$$= \int 2a \sin^2 \theta d\theta = \frac{2a}{2} \int (1 - \cos 2\theta) d\theta$$

في المتكاملات

$$= a(\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta) + C_2$$

والنتيجة

$$\frac{dx}{dt} = -\sqrt{2K} \cdot \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{a}} \Rightarrow \sqrt{\frac{a-x}{ax}}$$

$$\frac{dx}{dt} = -\sqrt{2K} \cdot \sqrt{\frac{1}{a} \cdot \frac{a-x}{x}} = -\sqrt{\frac{2K}{a}} \cdot \sqrt{\frac{a-x}{x}}$$

بشكل المتكاملات والنتيجة

ثابت

$$\therefore \int -\sqrt{\frac{2K}{a}} dt = \int \frac{dx}{\sqrt{\frac{ax}{x}}} = \int \sqrt{\frac{x}{a-x}} dx$$

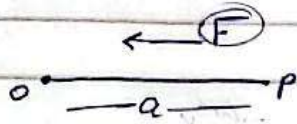
$$\therefore -\sqrt{\frac{2K}{a}} \cdot t = a(\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta) + C_2$$

at $\theta = \sin^{-1} \sqrt{\frac{x}{a}}$
 at $t=0$

الزمن عند أي سرعة

$$K = \frac{A}{m}$$

تتحرك نقطة مادية كتلتها m في خط مستقيم تحت تأثير قوة جاذبية
تناسب مع مكعب البعد عن مركز الجذب عكس السرعة عند أي موقع
إذا بدأت فركتها من على بعد a عن مركز الجذب



$$\ddot{x} = \frac{-A}{mx^3}$$

$$K = \frac{A}{m}$$

$$F = -\frac{A}{x^3} = \frac{-K}{x^3} = m\ddot{x} \quad \therefore \ddot{x} = \frac{-K}{x^3}$$

الحلقة
تفاضل
بالزمن

$$v dv = \frac{-K}{x^3} dx \Rightarrow \int v dv = \int \frac{-K}{x^3} dx$$

$$\therefore \frac{1}{2} v^2 = \frac{K}{2x^2} + C_1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{at } v=0 \\ \text{at } x=a \end{array} \right. \quad C_1 = \frac{-K}{2a^2}$$

$$\therefore \frac{1}{2} v^2 = \frac{K}{2x^2} - \frac{K}{2a^2} \Rightarrow v^2 = \frac{K}{x^2} - \frac{K}{a^2} = K \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{a^2}}$$

قوة F

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\pm \sqrt{K}}{a} \sqrt{\frac{a^2 - x^2}{x^2}} \Rightarrow \text{الزمن عند أي موقع}$$

$$\int \frac{f(x)}{g(x)} = 2nf(x) + C$$

$$\therefore \int \frac{\pm \sqrt{K}}{a} dt = \int \frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \frac{1}{2} \int \frac{-2x}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$$

$$\therefore \frac{\pm \sqrt{K}}{a} t = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + C_2 = \sqrt{a^2 - x^2} + C_2$$

$$\therefore \frac{\pm \sqrt{K}}{a} t = \sqrt{a^2 - x^2} + C_2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{at } t=0 \\ \text{at } x=a \end{array} \right. \quad C_2 = 0$$

$$t = \frac{a \sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{K}}$$

الزمن عند أي موقع

Simple harmonic motion

تتحرك نقطة مادية تحت تأثير قوة جاذبية تتناسب عكسياً مع البعد
 درس الحركة (السرعة) (الزمن)
 حركة توافقية بسيطة S.H.M

$$F \propto -x = -kx = \ddot{x}m$$

$$\ddot{x} = \frac{-kx}{m} = -\omega^2 x$$

قوة التردد الزاوي

قيمة ثابتة

$$\therefore \frac{v dv}{dx} = -\omega^2 x \Rightarrow v dv = -\omega^2 x dx$$

$$\therefore \frac{1}{2} v^2 = -\frac{1}{2} \omega^2 x^2 + C_1$$

at $x = x_0$
 at $v = v_0$

$$C_1 = \frac{1}{2} v_0^2 + \frac{1}{2} \omega^2 x_0^2$$

$$\therefore v^2 = v_0^2 + \omega^2 [x_0^2 - x^2] \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + \omega^2 [x_0^2 - x^2]}$$

$$v_0^2 + \omega^2 x_0^2 = \omega^2 a^2$$

مقدار ثابت

السرعة عند أي موضع

$$\therefore v^2 = \omega^2 a^2 - \omega^2 x^2$$

$$a^2 = \frac{v_0^2 + \omega^2 x_0^2}{\omega^2}$$

$$v = \pm \omega \sqrt{a^2 - x^2}$$

$v = \frac{dx}{dt}$

السرعة عند أي موضع

$$\omega dx = \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} \Rightarrow \therefore \omega t = \sin^{-1} \frac{x}{a} + C_2$$

يؤخذ بـ $\oplus$ أو $\ominus$ اختيارياً

زاوية الطور الابتدائية

$$\therefore \sin(\omega t + C_2) = \frac{x}{a}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

الزمن الدوري