

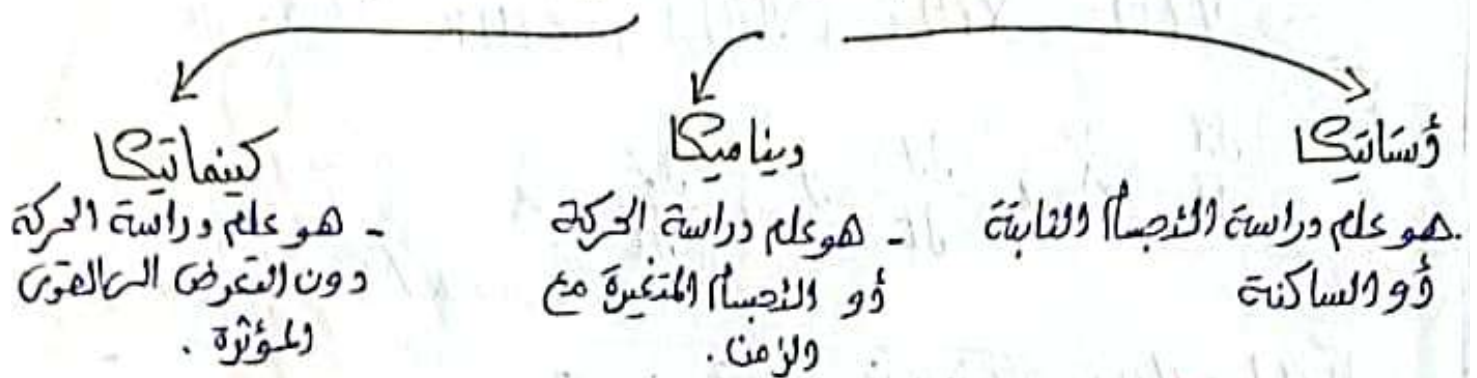
سبكت (1) وديناميكا

" بسم الله الرحمن الرحيم "

ع / أسراء جمال
العزوني

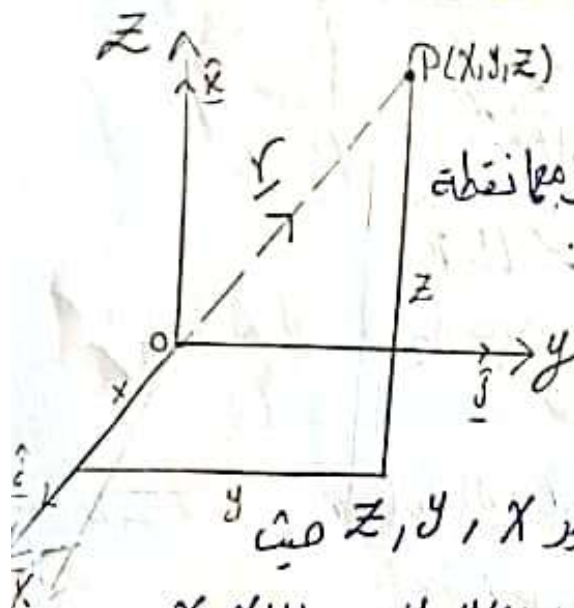
علم الميكانيكا : علم يهتم بدراسة سلوك حركة الأجسام .

تنقسم الميكانيكا إلى ٣ أقسام



موضوعات سبكت (1) :

- [1] متجه الموضع .
- [2] متجه السرعة .
- [3] متجه العجلة .
- [4] معادلة المسار .



[1] متجه موضع نقطة في الفراغ :

متجه الموضع : عبارة عن قطعة مستقيمة موجهة يلمزها نقطة بداية (نقطة الأصل) ونقطة نهاية (النقطة المادية) .
وترمز له بالرمز $\vec{r}$.

ويكتب كالآتي :

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k} \rightarrow (1)$$

جذر ثلثه مكون من ٣ مركبات ، مركبة في اتجاه محور x, y, z حيث

$x = x(t), y = y(t), z = z(t)$

- وليجد مقدار متجه الموضع

$$|\vec{r}| = r(t) = \sqrt{(x(t))^2 + (y(t))^2 + (z(t))^2} \rightarrow (2)$$

١٢ متجه السرعة : عبارة عن تغير متجه الموضع بالنسبة للزمن .

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$$

$$\therefore \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt}\hat{i} + \frac{dy(t)}{dt}\hat{j} + \frac{dz(t)}{dt}\hat{k}$$

$$\therefore \vec{v}(t) = \dot{x}(t)\hat{i} + \dot{y}(t)\hat{j} + \dot{z}(t)\hat{k} \rightarrow (3)$$

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x}, \quad \frac{dy}{dt} = \dot{y}, \quad \frac{dz}{dt} = \dot{z} \quad \text{حيث}$$

- وليوجد مقدار متجه السرعة :

$$|\vec{v}(t)| = v(t) = \sqrt{(\dot{x}(t))^2 + (\dot{y}(t))^2 + (\dot{z}(t))^2}$$

١٣ متجه العجلة : عبارة عن تغير متجه العجلة بالنسبة للزمن .

$$\therefore \vec{v}(t) = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$$

$$\frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}\hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{k}$$

$$\vec{a}(t) = \ddot{x}(t)\hat{i} + \ddot{y}(t)\hat{j} + \ddot{z}(t)\hat{k}$$

- وليوجد مقدار متجه العجلة :

$$|\vec{a}(t)| = a = \sqrt{(\ddot{x}(t))^2 + (\ddot{y}(t))^2 + (\ddot{z}(t))^2}$$

ملاحظة : - في الحالة النقطية (مارية في المستوى) $z=0$ يكون

المستوى xy

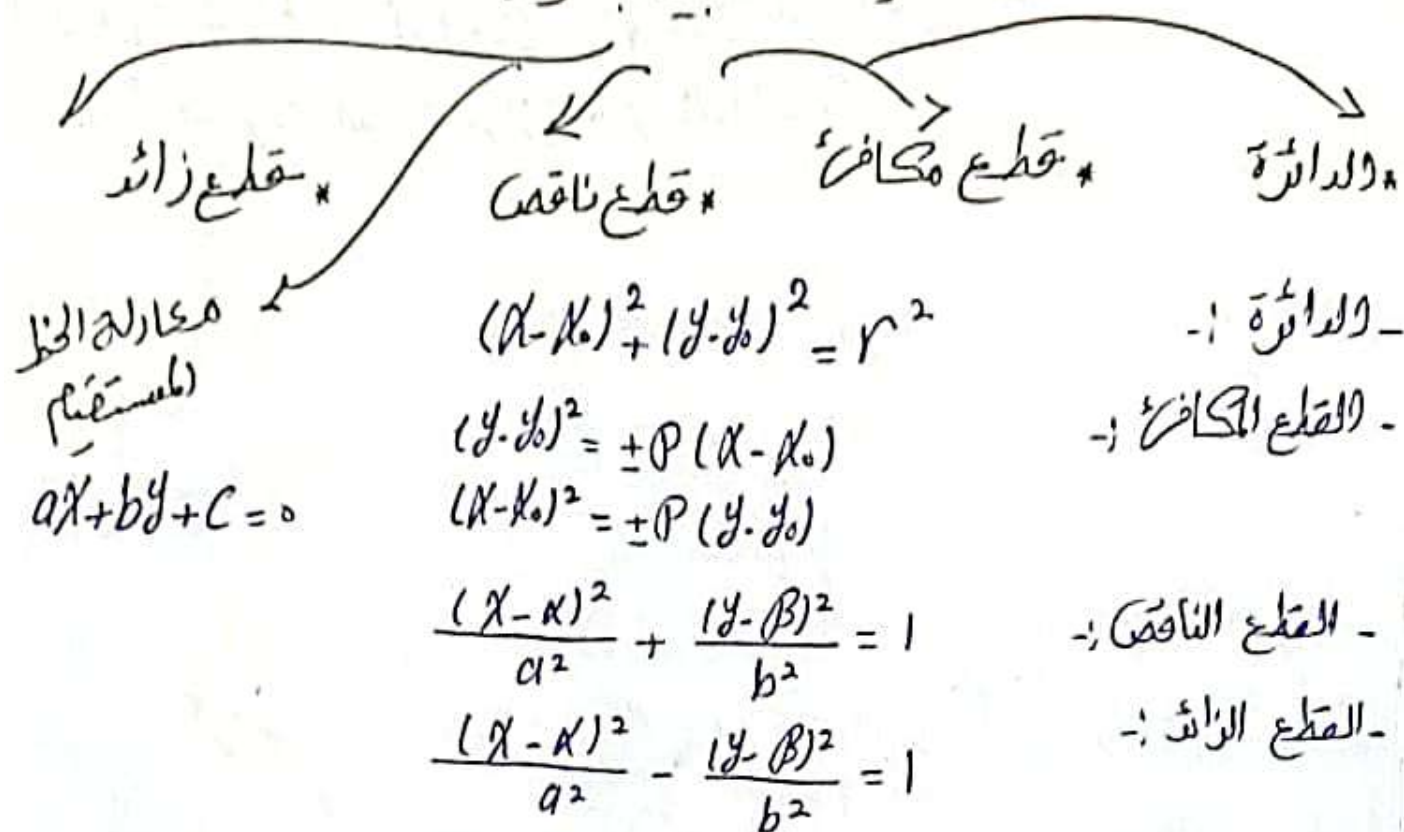
$$\vec{a}(t) = \ddot{x}(t)\hat{i} + \ddot{y}(t)\hat{j}$$

عندها المتجه $\vec{a}$ يمتنع زاوية ϕ عبارة عن

$$\tan \phi = \frac{\ddot{y}}{\ddot{x}} \Rightarrow \phi = \tan^{-1} \left(\frac{\ddot{y}}{\ddot{x}} \right)$$

١٢] معادلة المسار :- هي معادلة كُدر شكل المنحنى الذي يتحرك عليه الجسم .

المنحنيات الممالة بين معرفتها



نُظَر :- معادلة المسار معادلة تربط بين متغيرين x, y وتكون ثابتة من الزمن t .

:- إذا كان هناك نقطتان في المستوى xy ($z=0$) فإن السرعة

تكون موازية لمحور المراتب ، إذا لو $\dot{x} = 0$.

وتكون موازية لمحور السينات ، إذا لو $\dot{y} = 0$.

لا تتحرك نقطة مادية في مسوحي بحيث يكون متجه الموضع لها عند اللحظة t هو
 $\vec{r} = (t^2 - 5t)\hat{i} + (t^3 - 4t^2 + t)\hat{j}$ ووجد متجه السرعة عند بدء الزمن $t=0$ وبين متى
 و متى ستكون السرعة موازية لمحور المرات ؟

الحل

$$\therefore \vec{r} = (t^2 - 5t)\hat{i} + (t^3 - 4t^2 + t)\hat{j}$$

$$\therefore \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (2t - 5)\hat{i} + (3t^2 - 8t + 1)\hat{j}$$

وإذا: متجه السرعة عند بدء الزمن $t=0$

$$\therefore \vec{v} = -5\hat{i} + \hat{j} \quad (1)$$

لما أن النقطة تتحرك في المسوحي $\hat{i}, \hat{j}$ فإن السرعة تكون موازية لمحور
 المرات عندما $\dot{x} = 0$

$$\Rightarrow \text{Where } \dot{x} = 2t - 5, \quad \dot{y} = 3t^2 - 8t + 1$$

$$\therefore 2t - 5 = 0 \Rightarrow \left(t = \frac{5}{2} \text{ sec} \right)$$

وبالتعويض $t = 5/2$ في $\vec{r}$ نحصل على

$$\vec{r} = \frac{-25}{4}\hat{i} - \frac{55}{8}\hat{j}$$

أي تكون النقطة المادية عند الموضع $\left(\frac{-25}{4}, \frac{-55}{8} \right)$.

١٦ يتحرك جسم على مسار منحني، معادلته البارامترية هي

$$x = 3e^{-2t} \quad ; \quad y = 5\cos(3t) \quad , \quad z = 4\sin(3t)$$

حيث t تمثل الزمن أوجد (١) السرعة والعجلة عند $t=0$ لحظة .

(٢) مقدار السرعة والعجلة عند $t=0$.

الحل

نضع مركبات الموضع على شكل متجه

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$$

$$\vec{r}(t) = 3e^{-2t}\hat{i} + 5\cos(3t)\hat{j} + 4\sin(3t)\hat{k}$$

$$\vec{v}(t) = -6e^{-2t}\hat{i} - 15\sin(3t)\hat{j} + 12\cos(3t)\hat{k}$$

$$(1) \left\{ \begin{aligned} \vec{p}(t) &= 12e^{-2t}\hat{i} - 45\cos(3t)\hat{j} - 36\sin(3t)\hat{k} \end{aligned} \right.$$

مقدار السرعة والعجلة عند $t=0$.

$$\vec{v}(0) = -6\hat{i} + 12\hat{k} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{(-6)^2 + (12)^2} = \sqrt{6\sqrt{5}}$$

$$\vec{p}(0) = 12\hat{i} - 45\hat{j} \Rightarrow |\vec{p}| = \sqrt{(12)^2 + (-45)^2} = \sqrt{3\sqrt{241}}$$

(2) <

١٧ يتحرك جسم في مستوى بحيث كان متجه الموضع يعطى بالعلاقة
 $\vec{r} = (3t^2 + 6t - 4)\hat{i} + (4t^2 - 2t + 1)\hat{j}$ أوجد السرعة والعجلة مقداراً وثنائياً
 عند $t=0$ لحظة واثبت أن العجلة ثابتة .

الحل

$$\vec{r} = (3t^2 + 6t - 4)\hat{i} + (4t^2 - 2t + 1)\hat{j}$$

$$\vec{v} = (6t + 6)\hat{i} + (8t - 2)\hat{j} \rightarrow (1)$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(6t+6)^2 + (8t-2)^2} = \sqrt{100t^2 + 40t + 40} \rightarrow (2)$$

$$\vec{p} = 6\hat{i} + 8\hat{j} \Rightarrow |\vec{p}| = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \rightarrow (3)$$

4) إذا كان متجه الموضع لجسيم مادي عند لحظة زمنية t يعطى على

الصورة $\vec{r} = a \cos(\omega t) \hat{i} + a \sin(\omega t) \hat{j} + ct^2 \hat{k}$ بين أن سرعة الجسيم من
 أن مقدار السرعة يزيد مع الزمن ، إلى أن مقدار العجلة يتلكد وثباتاً .

الحل

$$\vec{r} = a \cos(\omega t) \hat{i} + a \sin(\omega t) \hat{j} + ct^2 \hat{k}$$

$$\vec{v} = -a\omega \sin(\omega t) \hat{i} + a\omega \cos(\omega t) \hat{j} + 2ct \hat{k}$$

$$\vec{f} = -a\omega^2 \cos(\omega t) \hat{i} - a\omega^2 \sin(\omega t) \hat{j} + 2c \hat{k}$$

$$\therefore |\vec{v}| = \sqrt{a^2 \omega^2 \sin^2(\omega t) + a^2 \omega^2 \cos^2(\omega t) + 4c^2 t^2}$$

$$= \sqrt{a^2 \omega^2 [\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t)] + 4c^2 t^2}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{a^2 \omega^2 + 4c^2 t^2} \rightarrow (1)$$

$$|\vec{f}| = \sqrt{a^2 \omega^4 [\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t)] + 4c^2}$$

$$|\vec{f}| = \sqrt{a^2 \omega^4 + 4c^2} \rightarrow (2)$$

من (1) ، (2) نرى أن مقدار السرعة يزداد مع الزمن ومقدار
 العجلة ثابت .

5] يتحرك جسم في خط مستقيم بعده عن نقطة ثابتة على المحور هو
 $x = a \cos(\mu t + \epsilon)$ أثبت أن عجلته تتناسب مع البعد عن نقطة الاصل.

الحل
 $x = a \cos(\mu t + \epsilon) \rightarrow (1)$

$$\dot{x} = -a\mu \sin(\mu t + \epsilon) \rightarrow (2)$$

$$\ddot{x} = -a\mu^2 \cos(\mu t + \epsilon) \rightarrow (3)$$

من (1), (3) نجد أن

$$\ddot{x} = -\mu^2 x \Rightarrow \boxed{\ddot{x} \propto x}$$

∴ عجلة الجسم تتناسب مع البعد عن نقطة الاصل.

~~6] إذا كان مسار الجسيم $\vec{r} = 2t\hat{i} + (3-t)\hat{j}$ فوجد معادلات المسار للنقطتين~~

6] إذا كانت $\vec{r} = 2t\hat{i} + (3-t)\hat{j}$ فوجد معادلات المسار للنقطتين
 المتحركتين.

الحل
 عبارة عن علاقة بين متغيرين x و y ونكون فائدة من الزمن t .

$$\therefore x = 2t \quad , \quad y = 3 - t$$

(1) $\hookleftarrow$ (2) $\hookrightarrow$

from (1) $t = \frac{x}{2}$ into (2) $y = 3 - \frac{x}{2}$

$$\therefore 2y = 6 - x \Rightarrow \boxed{x + 2y - 6 = 0}$$

∴ معادلة المسار عبارة عن معادلة خط مستقيم.

[7] يتحرك جسيم في مستوى بحيث $x = a \cos(t)$ ، $y = a + b \sin(t)$ حيث a, b ثابتان. ووجد معادلة المسار للجسيم والخطات التي تكون فيها السرعة موازية لكل من المحورين x, y .

الحل

معادلة المسار عبارة عن علاقة بين المتغيرين x, y وتكون خالية من الزمن t .

$$x = a \cos(t) \quad , \quad y = a + b \sin(t)$$

$$\hookrightarrow \frac{x}{a} = \cos(t) \rightarrow (1) \quad , \quad \frac{y-a}{b} = \sin(t) \rightarrow (2)$$

بتربيع (1)، (2) ثم الجمع

$$\frac{x^2}{a^2} = \cos^2(t) \quad , \quad \frac{(y-a)^2}{b^2} = \sin^2(t)$$

$$\therefore \frac{x^2}{a^2} + \frac{(y-a)^2}{b^2} = \cos^2(t) + \sin^2(t)$$

والتي تمثل معادلة قطع ناقص

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} + \frac{(y-a)^2}{b^2} = 1}$$

السرعة تكون موازية لمحور المماس عندما $\dot{x} = 0$ وتكون موازية لمحور السينات عندما $\dot{y} = 0$.

$$\Rightarrow \dot{x} = -a \sin(t) \quad , \quad \dot{y} = b \cos(t)$$

$$\dot{x} = 0 \Rightarrow a \sin(t) = 0 \Rightarrow \boxed{t = \pm n\pi} \quad ; n = 0, 1, 2, \dots$$

← العالبن مرفوض

$$\therefore \boxed{t = n\pi} \quad ; n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\Rightarrow \dot{y} = b \cos(t) \Rightarrow \cos(t) = 0 \Rightarrow t = n\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{t = \pi(n + \frac{1}{2})} \quad ; n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

8] يتحرك جسيم بحيث تكون عجلته $\underline{P} = 2e^{-t}\underline{i} + 5\cos t\underline{j} - 3\sin t\underline{k}$

، إذا كان الجسيم موضوعاً عند $(1, -3, 2)$ عند اللحظة $t=0$ ، وكان يتحرك بسرعة $4\underline{i} - 3\underline{j} + 2\underline{k}$ أوجد السرعة والبذالة عند أي لحظة تالية.

الحل:

$$\underline{P} = 2e^{-t}\underline{i} + 5\cos t\underline{j} - 3\sin t\underline{k}$$

$$\underline{V} = -2e^{-t}\underline{i} + 5\sin t\underline{j} + 3\cos t\underline{k} + C_1 \quad \text{بالتكامل}$$

لتحسب ومن الشروط الابتدائية يمكن تعيين الثابت

$$\text{at } t=0, \underline{V} = 4\underline{i} - 3\underline{j} + 2\underline{k}$$

$$4\underline{i} - 3\underline{j} + 2\underline{k} = -2\underline{i} + 3\underline{k} + C_1$$

$$\therefore \underline{C_1} = 6\underline{i} - 3\underline{j} - \underline{k}$$

$$\therefore \underline{V} = (-2e^{-t} + 6)\underline{i} + (5\sin t - 3)\underline{j} + (3\cos t - 1)\underline{k}$$

$$\underline{r} = (2e^{-t} + 6t)\underline{i} + (-5\cos t - 3t)\underline{j} + (3\sin t - t)\underline{k} + C_2 \quad \rightarrow (1)$$

$$\text{at } \underline{r} = \underline{i} - 3\underline{j} + 2\underline{k}, \quad t=0$$

$$\therefore \underline{i} - 3\underline{j} + 2\underline{k} = 2\underline{i} - 5\underline{j} + C_2$$

$$\therefore \underline{C_2} = -\underline{i} + 2\underline{j} + 2\underline{k}$$

$$\therefore \underline{r} = (2e^{-t} + 6t - 1)\underline{i} + (-5\cos t - 3t + 2)\underline{j} + (3\sin t - t + 2)\underline{k}$$

9) أوجد متجه السرعة والموضع لنقطة مادية تتحرك بمتجه الدالة:
 $\vec{P} = 6t(\hat{i} + 2t\hat{j})$ ، إذا بدأت الحركة من الموضع $\vec{r}_0 = \hat{i} - \hat{j}$
 بالسرعة $\vec{v}_0 = 3\hat{i} - 2\hat{j}$ ، وتؤخرى تتحرك بالدالة $\vec{F} = (5-2t)\hat{i}$
 بدءاً من $\vec{v}_0 = 0$ بالسرعة $\vec{v}_0 = 0$

(I)

الحل
 $\therefore \vec{F} = 6t\hat{i} + 12t^2\hat{j}$ بالتكامل

$$\vec{v} = 3t^2\hat{i} + 4t^3\hat{j} + C_1$$

لتعويض الثابت: من الشروط الابتدائية للحركة

عندها $\vec{v} = 3\hat{i} - 2\hat{j}$ ، $t = 0$

$$\therefore \underline{3\hat{i} - 2\hat{j} = C_1}$$

$$\therefore \vec{v} = (3t^2 + 3)\hat{i} + (4t^3 - 2)\hat{j} \rightarrow (1)$$

بالتكامل

$$\vec{r} = (t^3 + 3t)\hat{i} + (t^4 - 2t)\hat{j} + C_2$$

ومن الشروط الابتدائية عندها $\vec{r}_0 = \hat{i} - \hat{j}$ ، $t = 0$

$$\therefore \underline{\hat{i} - \hat{j} = C_2} \Rightarrow \vec{r} = (t^3 + 3t + 1)\hat{i} + (t^4 - 2t - 1)\hat{j}$$

(II)

$$\vec{F} = (5 - 2t)\hat{i}$$

$$\therefore \vec{v} = (5t - t^2)\hat{i} + C_3$$

at $t = 0$ ، $\vec{v} = 0 \Rightarrow C_3 = 0$

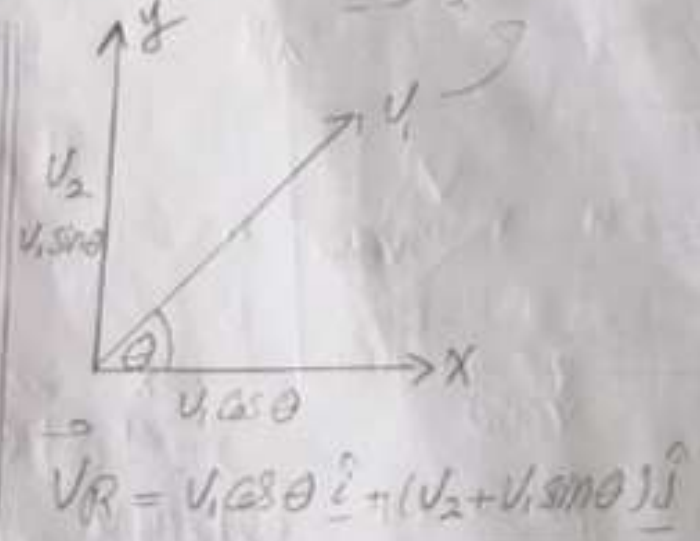
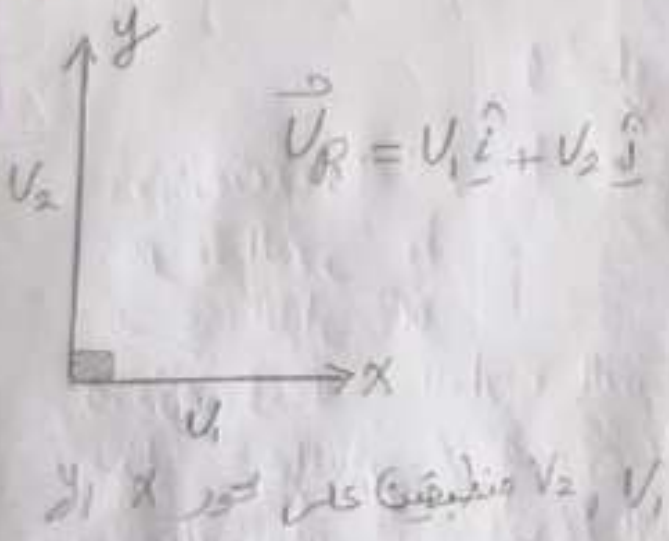
$$\therefore \vec{v} = (5t - t^2)\hat{i}$$

$\vec{r} = \left(\frac{5}{2}t^2 - \frac{1}{3}t^3\right)\hat{i}$

ميكانيكا 2 وديناميكا 1
1/4 عناصر في مجال الغزوي

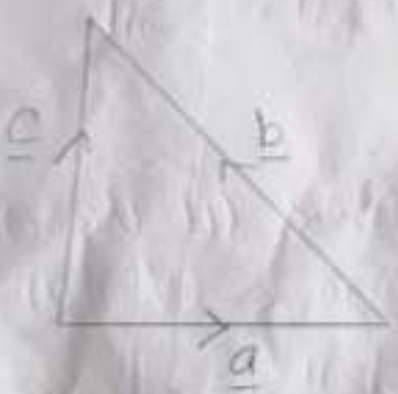
تحليل السرعات

معاملة الزاوية



مثلث السرعات :-

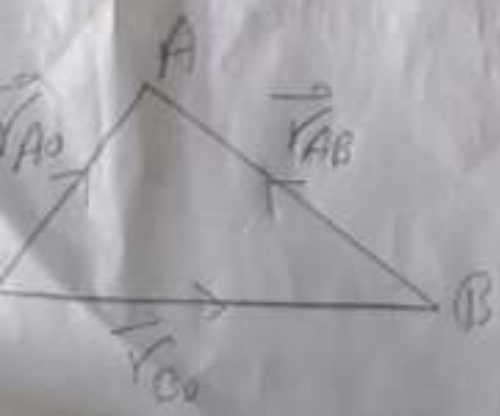
- مجموعين صاعين في مثلث في الحياه دورين واحد
يساوي المثلث الثالث الذي يحده هذا المثلث



$$a + b = c$$

السرعة النسبية

إذا كان متجهي موضع جسمين متحركين A و B في لحظة ما حدد النسبة
التي تكون ثابتة لا المتغيرة $\vec{V}_A$ $\vec{V}_B$ جان موضع الجسم A بالنسبة للجسم B
حدد موقع النسبة $\vec{V}_{AB}$ حيث



$$\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A - \vec{V}_B$$

وتباضك بالنسبة للزمن في رن

$$\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A - \vec{V}_B$$

السرعة المطلقة للجسم V_B

السرعة النسبية للجسم $V_{B/A}$

الفرق بين السرعة المطلقة والنسبية

السرعة المطلقة تظهر ما عداها بقاثر على حركته، بينما هي عاقلها الممكن
السرعات عند حركته يتحرك بسرعة لا النسبة لمساها يتحرك مع القطار وطار
يتحرك بسرعة لا وكان القطار يتغير سرعة القطار . فكانا حركتين سرعة
الطار وتترك حركته سرعة القطار . فظهر عند السرعة المطلقة V_B .

ولكن السرعة النسبية تظهر لما يكون عند جسمين كما لو كان يتحرك
خضع لسرعة ما وفي اتجاه معين فكون عاقل حركته سرعة القطار
بالنسبة للناس كوالتي بالنسبة للقطار وهكذا .

$V_1 = ?$, $V_2 = ?$

نقريب (1) ، إذا كان متجهما للوضع لجسمين يعطيان عن

$$r_1 = t^2 \hat{i} - t^3 \hat{j} + (2t+3) \hat{k} , \quad r_2 = (2t-3t^2) \hat{i} + 4t \hat{j} - t^3 \hat{k}$$

فأوجد سرعة الجسم الثاني بالنسبة للآخر عند $t=1$ ، وكذلك عجلته الثاني
النسبة للآخر

$$r_1 = t^2 \hat{i} - t^3 \hat{j} + (2t+3) \hat{k} \Rightarrow \underline{v}_1 = 2t \hat{i} - 3t^2 \hat{j} + 2 \hat{k}$$

$$\Rightarrow \underline{a}_1 = -2t \hat{j}$$

$$r_2 = (2t-3t^2) \hat{i} + 4t \hat{j} - t^3 \hat{k} \Rightarrow \underline{v}_2 = (2-6t) \hat{i} + 4 \hat{j} - 3t^2 \hat{k}$$

$$\Rightarrow \underline{a}_2 = -6 \hat{i} - 6t \hat{k}$$

$$\underline{v}_{21} = \underline{v}_2 - \underline{v}_1 = (1-6t) \hat{i} + (4+2t) \hat{j} + (-3t^2-2) \hat{k}$$

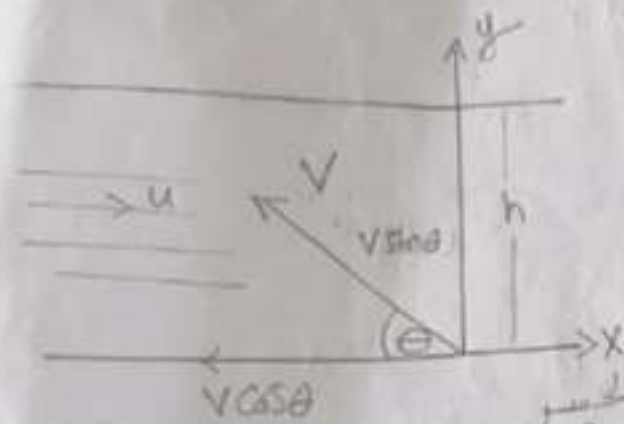
$$\underline{v}_{21} |_{t=1} = -5 \hat{i} + 6 \hat{j} - 5 \hat{k} , \quad \underline{a}_{21} = (-6) \hat{i} + 2 \hat{j} - 6t \hat{k}$$

$$\underline{a}_{21} |_{t=1} = -6 \hat{i} + 2 \hat{j} - 6 \hat{k} \quad \text{2}$$

مثال / يجذف رجل يقارب ويغير اتجاه عمودياً على اتجاه التيار في زمن قدره t_1 و يجذف مسافة مساوية لعرض النهر ضد التيار في زمن قدره t_2 .
ثبت أن سرعة الماء الساكن إلى سرعة التيار هي

$$(t_1^2 + t_2^2) / (t_2^2 - t_1^2)$$

الحل



تفترض أن :-

h عرض النهر

u سرعة التيار

ويفترض أن سرعة القارب بالنسبة لمياهه

تتحرك مع التيار V وتقطع زاوية θ مع الجسر

في تقابل زاوية θ عشوائية ما التيار يؤثر على القارب بحيث يغير النهر عمودياً.
السرعة الفعلية للقارب تكون V_R حيث

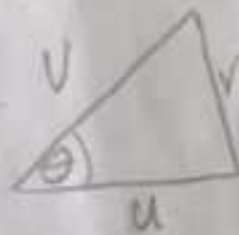
$$\underline{V_R} = (u - V \cos \theta) \hat{i} + V \sin \theta \hat{j} \quad \rightarrow (1)$$

$(u - V \cos \theta)$ مركبة السرعة في اتجاه التيار
 $(V \sin \theta)$ مركبة السرعة في الاتجاه العمودي

عندما يعبر القارب عمودياً، تتعدى مركبة السرعة في اتجاه التيار.

$$u - V \cos \theta = 0 \Rightarrow \cos \theta = \frac{u}{V}$$

$$\therefore t_1 = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \frac{h}{V \sin \theta} = \frac{h}{V \cdot \frac{\sqrt{V^2 - u^2}}{V}}$$



$$t_1 = \frac{h}{\sqrt{V^2 - u^2}} \quad \rightarrow (2)$$

ما يجذف الرجل مسافة مساوية لعرض النهر ضد التيار تكون $\theta = 0$

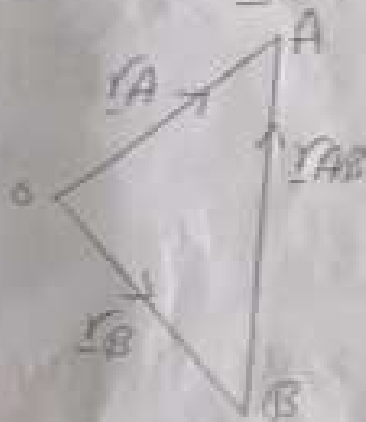
$$\therefore \underline{V_R} = (u - V) \hat{i} \quad \text{مع التيار}$$

$$\underline{V_R} = (V - u) \hat{i} \quad \text{ضد التيار}$$

$$\therefore t_2 = \frac{h}{V - u} \quad \rightarrow (3)$$

و در منا علی کذا الحریکة و قولنا عثمان یعنی حرکتی است که در میان او و من است
- موضع ۲ - صورت ۱ - عطفه ۲

"فی متصليين فی قلت فی انما دوری واحد = قریب
المن یقول هذا المثلث"



$$\therefore \boxed{Y_{AB} = I_A - I_B} \rightarrow (1)$$

طَائِف لَوْ دُنا عَاوِرة (أَعْيَن) الْمَجْتِ العَنَبِ السَّعِيَّةِ السَّعِيَّةِ أَيْ
تَفْخِضُهُ مَجْتِ لَوْ فُجِ العَنَبِ (أَيْ) السَّعِيَّةِ لَزِمَ كَحْصَلِ كُلِّ

$$\boxed{\underline{V}_{AB} = \underline{V}_A - \underline{V}_B} \rightarrow (2)$$

كذلك لو قلنا سرعة كبح B بالنسبة للقياس A

$$\boxed{\underline{v}_{BA} = \underline{v}_B - \underline{v}_A} \rightarrow (3)$$

من (2), (3)

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{h}{\sqrt{V^2 - u^2}} \cdot \frac{V - u}{h} = \frac{V - u}{\sqrt{V^2 - u^2}}$$

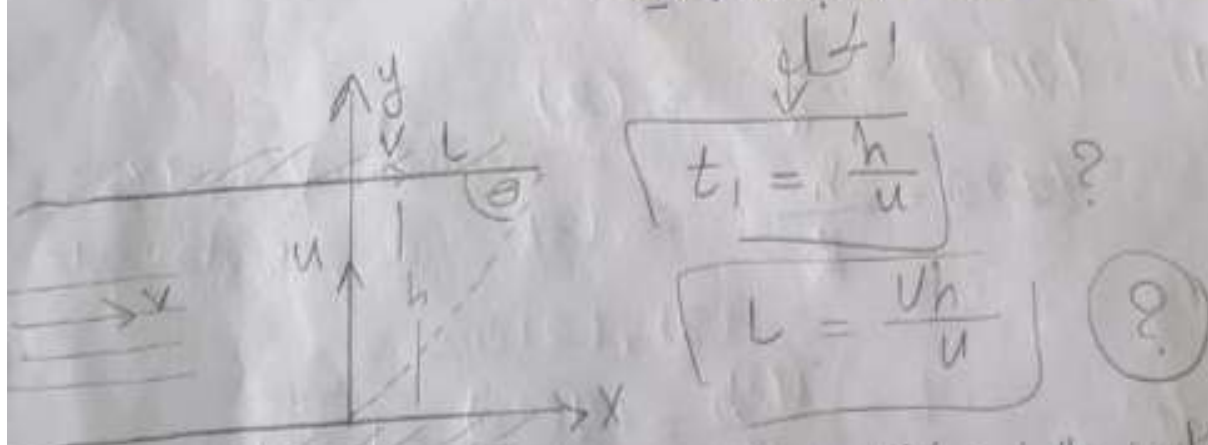
$$\frac{t_1^2}{t_2^2} = \frac{V - u}{V + u} \Rightarrow (V + u)t_1^2 = (V - u)t_2^2$$

$$t_1^2 V + t_1^2 u = t_2^2 V - t_2^2 u \Rightarrow u(t_1^2 + t_2^2) = V(t_2^2 - t_1^2)$$

$$\therefore \left(\frac{V}{u} = \frac{t_1^2 + t_2^2}{t_2^2 - t_1^2} \right) \rightarrow \text{---}$$

مثال

يعبر قارب بسرعة u نهرًا عرضه h وسرعة التيار فيه V . وُضعت
ثمن دقيقتين وقت العبور يساوي h/u وذلك لسوق ليسو على بعد
 Vh/u من النقطة المقابلة للبراية.



سرعة القارب بالنسبة لبطانة النهر مع التيار u ، سرعة التيار V
عرض النهر h

السرعة الفعلية للقارب V_R تكون

$$\underline{V_R} = \underline{V_c} + \underline{u}$$

عندما يعبر القارب النهر تكون مركبة السرعة من اتجاه التيار

$$0 = \underline{V_c} \Rightarrow \underline{V_R} = \underline{u} \rightarrow V_R = u$$

$$\therefore t = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \left(\frac{h}{u} \right) \text{ تكون}$$

$$L = Vt = V \cdot \frac{h}{u} = \left(\frac{Vh}{u} \right) \text{ ---}$$

يسير قارب في نهر عرضه 400 ft بسرعة 4 mi/h وفي الاتجاه الذي
عكس اتجاه التيار الذي يتدفق بسرعة 3 mi/h . نريد للوضع الذي
يرسو فيه القارب على الضفة النهرية .

الحل

نقرب من سرعة التيار u حيث

$$u = 3 \text{ mi/h}$$

وسرعة القارب بالعكس اتجاهه يتحرك مع التيار v

$$v = 4 \text{ mi/h}$$

$$h = 400 \text{ ft}$$

نريد للوضع الذي يرسو فيه القارب على الضفة النهرية هو L

$$\vec{V}_R = u\hat{i} + v\hat{j} \rightarrow (1)$$

$$(1) \Rightarrow \tan \theta = \frac{v}{u} \rightarrow (2)$$

$$\tan \theta = \frac{h}{L} \Rightarrow (3)$$

من (2) ، (3)

$$\frac{v}{u} = \frac{h}{L} \Rightarrow L = \frac{u \cdot h}{v} = \frac{(3)(400)}{4} = \boxed{300}$$

$$\vec{V}_R = u\hat{i} + v\hat{j}$$

عندما يسير القارب في اتجاه عكس اتجاه التيار في اتجاه سرعة
التيار

$$V_R = v$$

$$\Rightarrow \left[t = \frac{h}{v} \right] \rightarrow (4)$$

عندما يسير القارب على الضفة النهرية في اتجاه التيار في اتجاه السرعة
التيار

$$V_R = u$$

$$\therefore L = ut = 3 \cdot \frac{h}{v} = \frac{3 \times 400}{4} = \boxed{300}$$

نهر عرضه $\frac{1}{12}$ كم ونسبح فيه مساح بسرعة 5 كم/سا فوجه النجاة الذي يعطى
 أن نسبح فيه المساح حتى يعبر النهر في الاتجاه العمود على التيار الذي
 سرعته 3 كم/سا ووجه الزمن الذي يستغرقه حتى يعبر النهر.

الحل

نفرض أن سرعة التيار u

$$u = 3 \text{ km/h}$$

وسرعة السباح بالنسبة لمفاهيم يتحرك مع التيار V

$$V = 5 \text{ km/hr}$$

ونضع زاوية θ مع الجسر

وعرض النهر h

$$h = \frac{1}{12} \text{ km}$$

محصلة السرعة = سرعة السباح + سرعة التيار

$$\therefore V_R = (u - V \cos \theta) \hat{i} + V \sin \theta \hat{j}$$

حتى يعبر السباح النهر عموداً تكون مركبة السرعة في اتجاه التيار = 0

$$u - V \cos \theta = 0 \Rightarrow \cos \theta = \frac{u}{V}$$

$$\therefore V_R = V \sin \theta$$

الزمن الذي يستغرقه السباح حتى يعبر النهر هو

$$t = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \frac{h}{V \sin \theta} = \frac{\frac{1}{12}}{5 \cdot \frac{\sqrt{V^2 - u^2}}{V}}$$

$$t = \frac{\frac{1}{12}}{\sqrt{25 - 9}} = \boxed{0.02} \text{ hr}$$



بسم الله الرحمن الرحيم

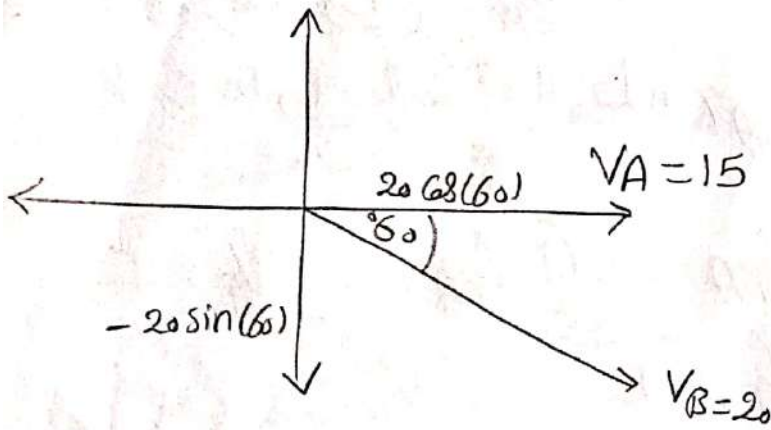
سبست (3)

ديناميكا (1)

م/أسس العزوي

1) تتحرك نقطة مادية A في اتجاه الشرق بسرعة مقدارها 15 km/hr ، تتحرك النقطة B في اتجاه يمين زاوية 60° جنوب الشرق بسرعة مقدارها 20 km/hr . أوجد سرعة A بالنسبة لـ B .

الحل



$$\underline{V_A} = 15 \underline{i}$$

$$\underline{V_B} = 20 \cos(60) \underline{i} - 20 \sin(60) \underline{j}$$

$$\therefore \underline{V_B} = 10 \underline{i} - 10\sqrt{3} \underline{j}$$

$$\therefore \underline{V_{AB}} = \underline{V_A} - \underline{V_B}$$

$$\underline{V_{AB}} = 15 \underline{i} - 10 \underline{i} + 10\sqrt{3} \underline{j}$$

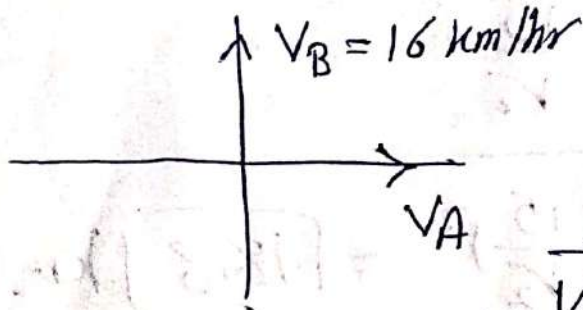
$$\underline{V_{AB}} = 5 \underline{i} + 10\sqrt{3} \underline{j}$$

$$V_{AB} = \sqrt{(5)^2 + (10\sqrt{3})^2} = \boxed{5\sqrt{13}} \text{ km/hr}$$

$$\tan \theta = \frac{10\sqrt{3}}{5} = \boxed{2\sqrt{3}}$$

الثلث
تتحرك باسرتان في اتجاه الشرق بسرعة 12 km/hr
والثانية في اتجاه الشمال بسرعة 16 km/hr ووجد سرعة الثلث بالنسبة
للتابعة.

الحل



نقطة ث الثابتة الثلث A
والثانية B

$$\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A - \vec{V}_B$$

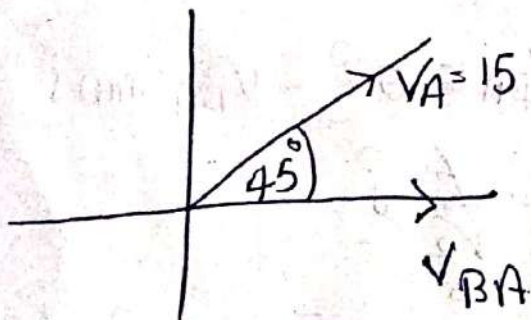
$$= 12\hat{i} - 16\hat{j}$$

$$V_{AB} = \sqrt{(12)^2 + (-16)^2} = [20] \text{ km/hr}$$

$$\tan \theta = \frac{-16}{12}$$

تتحرك سفينة بسرعة 15 عقدة في اتجاه الشمال الشرقي، وتبين سفينة
أخرى متشابهة على السفينة الأولى متحركة شرقاً بسرعة 5 عقدة
ووجد سرعة الحقيقة والاتجاه الذي تتحرك فيه السفينة الثانية.

الحل



نقطة ث سرعة السفينة الأولى V_A
والسفينة الثانية V_B

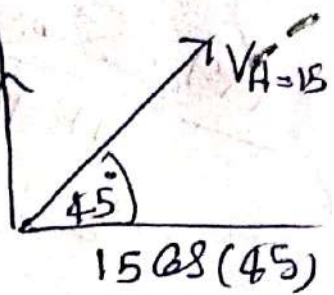
$$V_A = 15, \quad V_{BA} = 5$$

$$V_B = ?$$

$$\vec{V}_{BA} = \vec{V}_B - \vec{V}_A \Rightarrow \vec{V}_B = \vec{V}_{BA} + \vec{V}_A$$

$$\vec{V}_A = 15 \cos(45) \hat{i} + 15 \sin(45) \hat{j}$$

$$= \frac{15}{\sqrt{2}} \hat{i} + \frac{15}{\sqrt{2}} \hat{j}$$

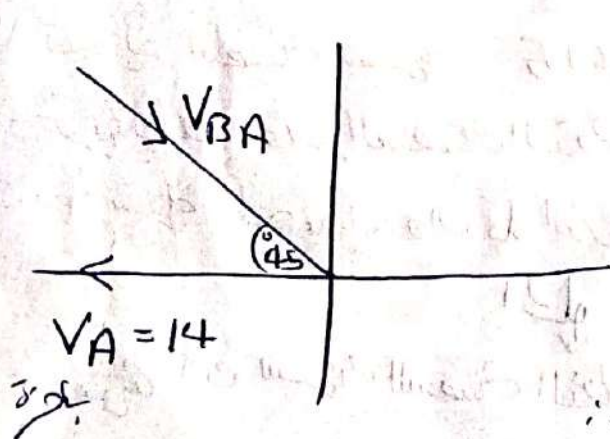


$$\therefore \vec{V}_B = \left(\frac{15}{\sqrt{2}} + 5 \right) \hat{i} + \frac{15}{\sqrt{2}} \hat{j}$$

المقدار $V_B = \sqrt{\left(\frac{15}{\sqrt{2}} + 5 \right)^2 + \left(\frac{15}{\sqrt{2}} \right)^2} = [18.8] \text{ km/hr}$

الاتجاه الفعلي $\tan \theta = \frac{15/\sqrt{2}}{5 + 15/\sqrt{2}} \approx 0.8$

تتحرك طائرة في اتجاه الغرب بسرعة 14 km/hr وتبدو سرعة الرياح من على متن الطائرة دنياً 7 km/hr من الشمال الغرب. أوجد سرعة الرياح الحقيقية واتجاهها.

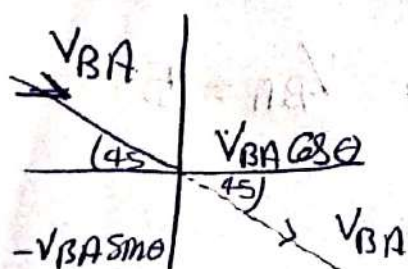


الحل
لقد كانت سرعة الطائرة V_A
وسرعة الرياح بالسيارة للباقي V_{BA}
وسرعة الرياح V_B

$$\therefore \vec{V}_{BA} = V_{BA} \cos \theta \hat{i} - V_{BA} \sin \theta \hat{j}$$

$$\vec{V}_{BA} = \frac{7}{\sqrt{2}} \hat{i} - \frac{7}{\sqrt{2}} \hat{j}$$

$$\vec{V}_B = \vec{V}_{BA} + \vec{V}_A = \left(\frac{7}{\sqrt{2}} - 14 \right) \hat{i} - \frac{7}{\sqrt{2}} \hat{j}$$



المقدار $V_B = \sqrt{\left(\frac{7}{\sqrt{2}} - 14 \right)^2 + \left(-\frac{7}{\sqrt{2}} \right)^2} = []$

الاتجاه $\tan \theta = \frac{-7/\sqrt{2}}{7/\sqrt{2} - 14}$

الحل

وسرعة الرياح V_B

وسرى الرياح بالعبث للرجل V_{BA}

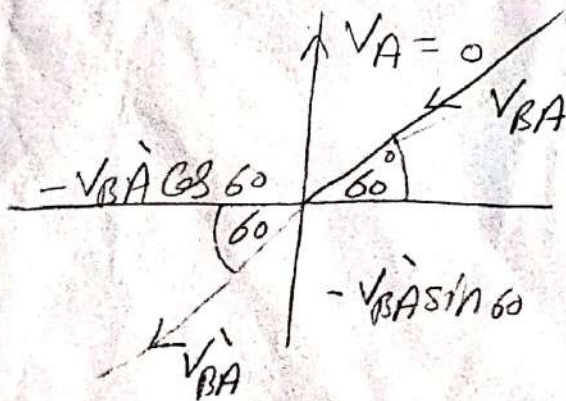
$$\vec{V}_{BA} = \frac{-\sqrt{3}}{2} V_{BA} \hat{i} - \frac{1}{2} V_{BA} \hat{j}$$

$$\overline{V_A} = 12 \hat{j}$$

$$V_B = V_{BA} + V_A$$

$$V_x \hat{i} + V_y \hat{j} = \frac{-\sqrt{3}}{2} V_{BA} \hat{i} + (12 - \frac{1}{2} V_{BA}) \hat{j}$$

$$V_x = \frac{-\sqrt{3}}{2} V_{BA} \quad , \quad V_y = 12 - \frac{1}{2} V_{BA} \quad \rightarrow (1)$$



$$V_A = 0$$

$$\underline{V}_{BA} = \frac{1}{2} \underline{V}_{BA} \underline{i} - \frac{\sqrt{3}}{2} \underline{V}_{BA} \underline{j}$$

$$\therefore V_B = -V_{BA} \cos(60^\circ) \hat{i} - V_{BA} \sin(60^\circ) \hat{j}$$

$$V_x \hat{i} + V_y \hat{j} = \frac{-1}{2} V_{BA} \hat{i} - \frac{\sqrt{3}}{2} V_{BA} \hat{j}$$

$$V_x = \frac{1}{2} V_{BA}, \quad V_y = \frac{\sqrt{3}}{2} V_{BA} \rightarrow (2)$$

$$-\sqrt{3} \cdot V_{BA} + \hat{V}_{BA} = 0$$

$$-V_{BA} + \sqrt{3}V_{BA} = -34$$

$$\rightarrow \sqrt{V_{BA} = -12} \quad , \quad \sqrt{V_{BA} \approx -20.8}$$

$$\therefore V_B = V_x \hat{i} + V_y \hat{j}$$

السريّة والنفسية

درسنا قبل کما الحركة وقولنا لك نعت حركته أو الجسم ليس من رخص

- موضوع r - سریت v - جلت p

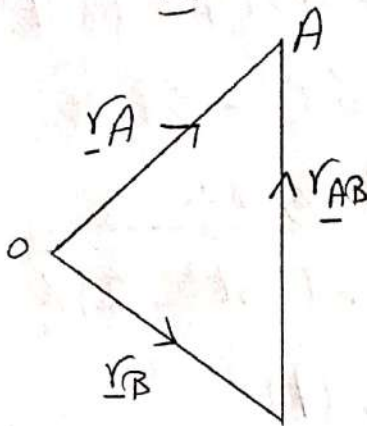
* إذا كان لدى جسيم يتحرك من النقطة O إلى النقطة A باتجاه موضع A $\rightarrow$

وجسيم آخر يتحرك من النقطة B باتجاه موضع A ، فـ $\vec{r}_A$ ، فـ $\vec{r}_B$

عشر متجه موضع بين A, B يسمى بمتجه الموضع النسبي $\vec{r}_{AB}$.

∴ ڈی مہجین فی صلیت فراخاں دوری واحد = المہجہ الذی

لَقَدْ هَذَا الْمَثَلُ



$$\therefore Y_B + Y_{AB} = Y_A$$

$$\therefore \boxed{Y_{AB} = Y_A - Y_B} \rightarrow (1)$$

حيث $\overline{AB}$ متجه موقع الجسم A بالنسبة للجسم B .

ولهذا ينبغي تحسين المراجعة للنسب للسيرة وذلك بتفاضل متجه الموضع النسب

بالعبادة للزمن

(1) مع $\sqrt{V_{AB} = V_A - V_B} \rightarrow (2)$

$\sqrt{AB}$ (المسافة بين A و B) ، المسافة بين A و B

وكذلك لو قولنا لسرعة الجسم B بالنسبة للجسم A

$$\underline{V}_{BA} = \underline{V}_B - \underline{V}_A$$

$\overline{V_A}$: كتلة السعة الحقيقية / الفعلية للصمام A .

$\beta - - - - - \rightarrow \bar{V}_\beta$

V_{AB} : تلك السرعة النسبية للجسم A، النسبة للجسم B.

لأخيه

مركبات) ، إذا كان متجه الموضع لجسمين يعطيان من
 $\vec{r}_1 = t \hat{i} - t^2 \hat{j} + (2t+3) \hat{k}$ ، $\vec{r}_2 = (2t-3t^2) \hat{i} + 4t \hat{j} - t^3 \hat{k}$
 فأوجد سرعة الجسم الثاني بالنسبة للثول عند $t=1$ وكذلك عجلته الثاني
 بالنسبة للثول .

الحل

$$\therefore \vec{r}_1 = t \hat{i} - t^2 \hat{j} + (2t+3) \hat{k} \Rightarrow \vec{v}_1 = \hat{i} - 2t \hat{j} + 2 \hat{k}$$

$$\Rightarrow \vec{a}_1 = -2 \hat{j}$$

$$\therefore \vec{r}_2 = (2t-3t^2) \hat{i} + 4t \hat{j} - t^3 \hat{k} \Rightarrow \vec{v}_2 = (2-6t) \hat{i} + 4 \hat{j} - 3t^2 \hat{k}$$

$$\Rightarrow \vec{a}_2 = -6 \hat{i} - 6t \hat{k}$$

∴ سرعة الجسم الثاني بالنسبة للثول

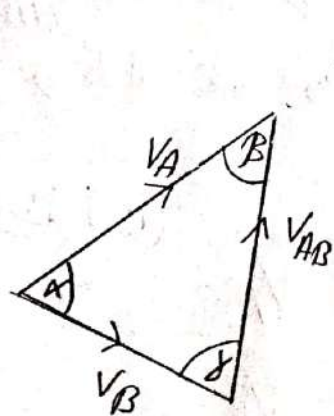
$$\vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = (1-6t) \hat{i} + (4+2t) \hat{j} + (-3t^2-2) \hat{k}$$

$$\therefore \vec{v}_{21} \Big|_{t=1} = -5 \hat{i} + 6 \hat{j} - 5 \hat{k} \rightarrow (1)$$

وتكون عجلته الجسم الثاني بالنسبة للثول

$$\vec{a}_{21} = (-6) \hat{i} + 2 \hat{j} - 6t \hat{k}$$

$$\vec{a}_{21} \Big|_{t=1} = -6 \hat{i} + 2 \hat{j} - 6 \hat{k} \rightarrow (2)$$

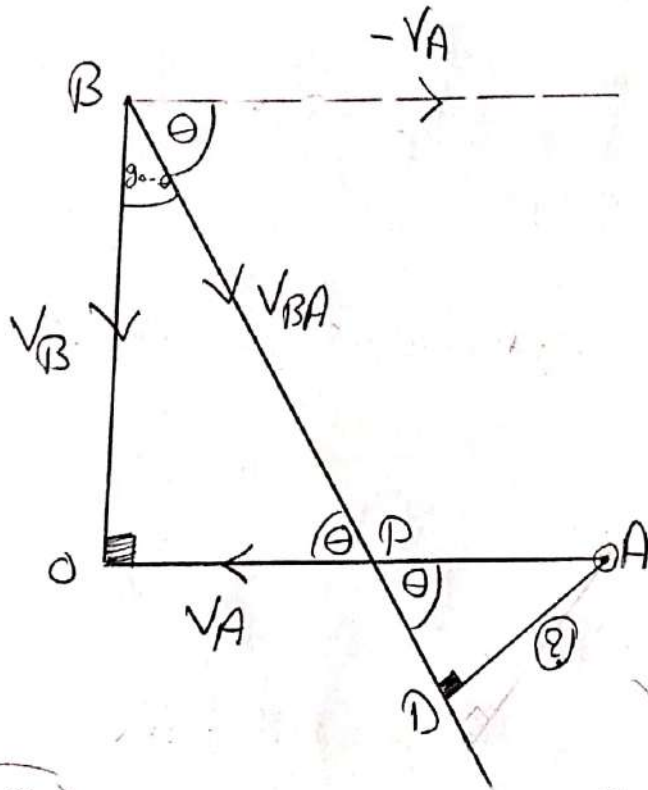


قاعدة لامي
 إذا كان لدينا ٣ سرعات يتلاقوا في
 النقطة A فإن مقدار كل سرعة
 يتناسب مع جيب الزاوية بين السرتين الأخرتين.

$$\frac{V_A}{\sin \alpha} = \frac{V_B}{\sin \beta} = \frac{V_{AB}}{\sin \gamma}$$

تستخدم قاعدة لامي لتحسين أوضاع السرعات أو الزوايا المجهولة
 $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$ تذكر

(٥) طريقان متعامدان يتقاطعان في نقطتي ٥، تسير سيارة في اتجاه الطريق
 بسرعة منتظمة مقدارها 20 m/s متجهة نحو ٥ وتسير الأخرى في الطريق الآخر
 بسرعة مقدارها 40 m/s متجهة نحو ٥ أيضًا وفي لحظة معينة كانت السيارة
 الأولى على بعد 300 m من ٥ والثانية على بعد 400 m من ٥. أوجد أقرب مسافة
 بين السيارتين وزمن الوصول إليها.



الحل
 نفرض أن موضع السيارة الأولى هو A
 وموضع السيارة الثانية هو B حيث

$$V_A = 20 \text{ m/s}$$

$$V_B = 40 \text{ m/s} \quad , \quad OA = 300 \text{ m}$$

$$OB = 400 \text{ m}$$

وبتتبع النقطة A ووضافت سرعة
 مساوية لها في المقدار ومضادة لها في
 الاتجاه عند B.

لنجد أقرب مسافة بين السيارتين ؟

أقرب بعد :- طول العمود النازل من النقطة لمثبت إلى خط عمل السرعة النسبية.

(معرفيت) طول أي ضلع في المثلث APD ولنعلم الزاوية θ ؟؟

∴ من مثلث السرعة BOP : باستخدام قاعدة لامي

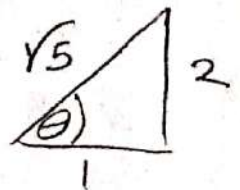
$$\frac{V_B}{\sin \theta} = \frac{V_A}{\sin(90^\circ - \theta)} = \frac{V_{BA}}{\sin 90^\circ}$$

$$\frac{40}{\sin \theta} = \frac{20}{\cos \theta} = \frac{V_{BA}}{1} \Rightarrow 40 \cos \theta = 20 \sin \theta$$

$$20 \tan \theta = 40 \Rightarrow \tan \theta = \frac{40}{20} = 2$$

$$\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}} \quad , \quad \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore V_{BA} = \frac{20}{\cos \theta} = \boxed{20\sqrt{5}}$$



In $\triangle BPO$ $\tan \theta = \frac{400}{OP} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{400}{OP}$

$\therefore OP = 400 / 2 = \boxed{200}$

$\therefore OA = 300$, $OP = 200 \Rightarrow \boxed{PA = 100} \text{ m}$

In $\triangle PAD$ $\sin \theta = \frac{DA}{PA} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{DA}{100}$

$\therefore DA = (2 \times 100) / \sqrt{5} = \boxed{40\sqrt{5}} \text{ m}$

زمن المسافة بين السيارتين (2)

بعد كما حاورتس نوجد زمن الوصول لجوهر بعد ؟

$t = \frac{\text{المسافة النسبية}}{\text{السرعة النسبية}} = \frac{BD \rightarrow \text{المسافة النسبية على خط عمودي إلى المسافة النسبية}}{V_{BA}} \quad (BD) = ?$

$BD = BP + PD \rightarrow \text{X}$

In $\triangle PDA$ $\cos \theta = \frac{PD}{PA} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{PD}{100}$

$\therefore PD = \frac{100}{\sqrt{5}} = \boxed{20\sqrt{5}}$

From $\triangle BOP$ $\sin \theta = \frac{BP}{PB} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{400}{PB}$

$\therefore PB = \frac{400\sqrt{5}}{2} = \boxed{200\sqrt{5}}$

$\therefore BD = 20\sqrt{5} + 200\sqrt{5} = 220\sqrt{5}$

$\therefore t = \frac{220\sqrt{5}}{20\sqrt{5}} = \boxed{11} \text{ sec}$

من هنا نوجد المسافة BD

السرعة النسبية

(H)



حل آخر / بالطريق (الطريق الميسر فقط في حالة كانت سرعة الجسمين معلوم مقارنًا وإلا فلا)

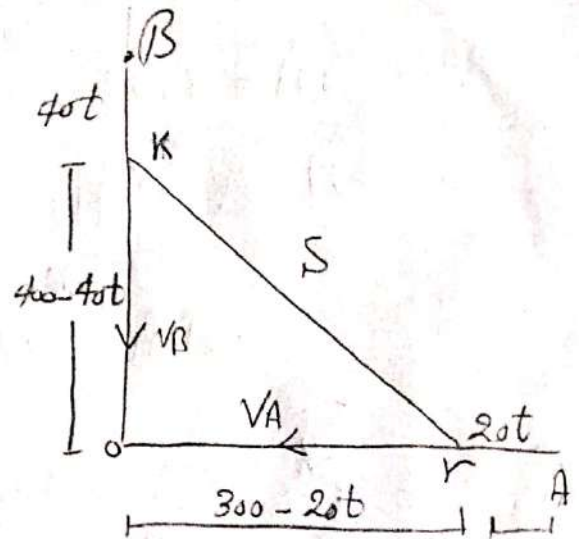
نظر في زمن وفريق مسافة بين السيارتين

From ΔKOB

$$S^2 = (400 - 40t)^2 + (300 - 20t)^2$$

وبالتفاضل بالنسبة لـ t

$$2S \frac{dS}{dt} = 2(400 - 40t) \times (-40) - 2 \times 20(300 - 20t)$$



زمن بعد عندما تكون قيمة صفر $\frac{dS}{dt} = 0$

$$300 - 20t + 800 - 80t = 0$$

$$100t = 1100 \Rightarrow t = 11 \text{ س} \rightarrow \text{زمن الوصول}$$

$$\therefore S = \sqrt{(400 - 40 \times 11)^2 + (300 - 20 \times 11)^2} = \boxed{40\sqrt{5}} \rightarrow \text{زمن مسافة بين السيارتين}$$

~~~~~

رجلات A, B البعد بينهما  $\frac{1}{2}$  كم حيث A يقع شرق B فإذا كان A يتجه شمالاً بسرعة 3 كم/س، بينما B يجري بسرعة 6 كم/س ليلاحق الرجل A، ووجه الاتجاه الذي يسلكه B والزمن الذي يستغرقه حتى يلاحق

(B سوف يلاحق A)

الحل

نقرر أن سرعة الرجل A هي

$$V_A = 3 \text{ km/hr}$$

وسرعة الرجل B هي

$$V_B = 6 \text{ km/hr}$$

$$BA = \frac{1}{2} \text{ km}$$

نثبت النقطة A ونضافة سرعة مساوية لها في المقار ومضادة لها في الاتجاه عند B.

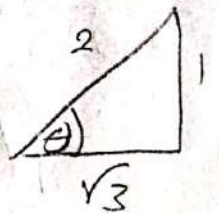
بإستخدام قاعدة لسي:

$$\frac{V_A}{\sin \theta} = \frac{V_B}{\sin 90} = \frac{V_{BA}}{\sin (90 - \theta)}$$

$$\frac{3}{\sin \theta} = \frac{6}{1} = \frac{V_{BA}}{\cos \theta} \Rightarrow$$

$$\sin \theta = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

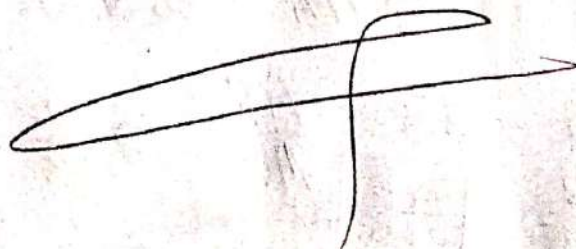


$$\boxed{\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}} \rightarrow (1)$$

$$V_{BA} = 6 \cos \theta = 6 \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ km/hr}$$

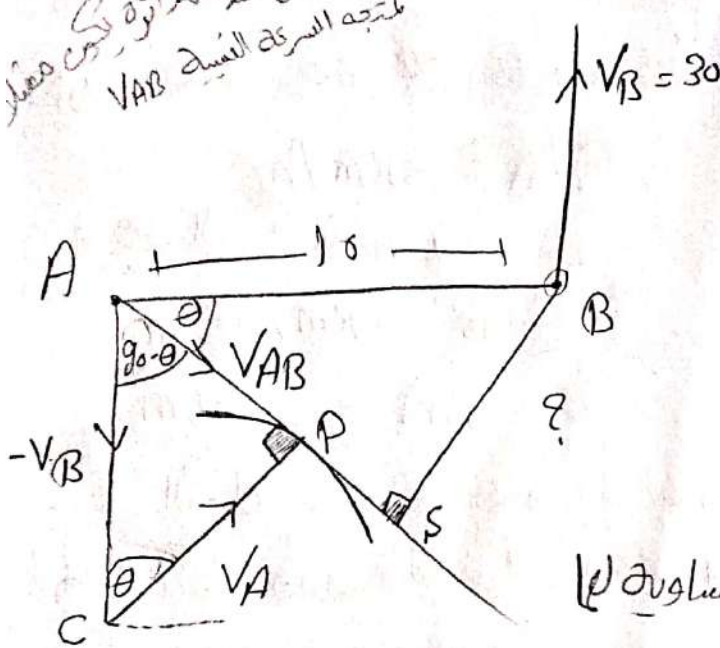
$$\therefore t = \frac{\text{المسافة المقطوعة}}{\text{السرعة المقطوعة}} = \frac{1/2}{3\sqrt{3}} = 0.09 \text{ hr}$$

(2)



ثلاث سفن في حركية نسبية سرعة 20 كم/س السفينة الأولى على بعد 10 كم شرقاً ، وكانت السفينة تتحرك شمالاً بسرعة 30 كم/س عين النجاة الذي يجب أن تسلكه المدمرة حتى تكون المسافة بينهما أقل ما يمكن وعين أقل مسافة بينهما والزمن اللازم للوصول إليها .

الطما ساعدته الدائرة يكون مقدار  
مليحه السرعة النسبية  $V_{AB}$



الحل  
نفرض أن المدمرة A ونسب سرعة  
 $V_A = 20 \text{ km/hr}$   
ونفرض أن السفينة B ونسب سرعة

$$V_B = 30 \text{ km/hr}$$

$$AB = 10 \text{ km}$$

نثبت النقطة B وأضاف سرعة مساوية لها في العكس ومضاهة لها في الاتجاه عند A .  
وبتطبيق قاعدة لاف

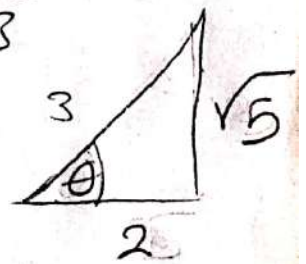
$$\frac{V_A}{\sin(90-\theta)} = \frac{V_B}{\sin \theta} = \frac{V_{AB}}{\sin \theta}$$

$$\frac{20}{\cos \theta} = \frac{30}{1} = \frac{V_{AB}}{\sin \theta}$$

$$\left[ \tan \theta = \frac{\sqrt{5}}{2} \right] \rightarrow (1)$$

$$\cos \theta = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$$



أقل مسافة بين المدمرة والسفينة هي  $BS$

$$\sin \theta = \frac{BS}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{BS}{10} \Rightarrow \boxed{BS = \frac{10\sqrt{5}}{3}} \quad (2)$$

وذلك بعد

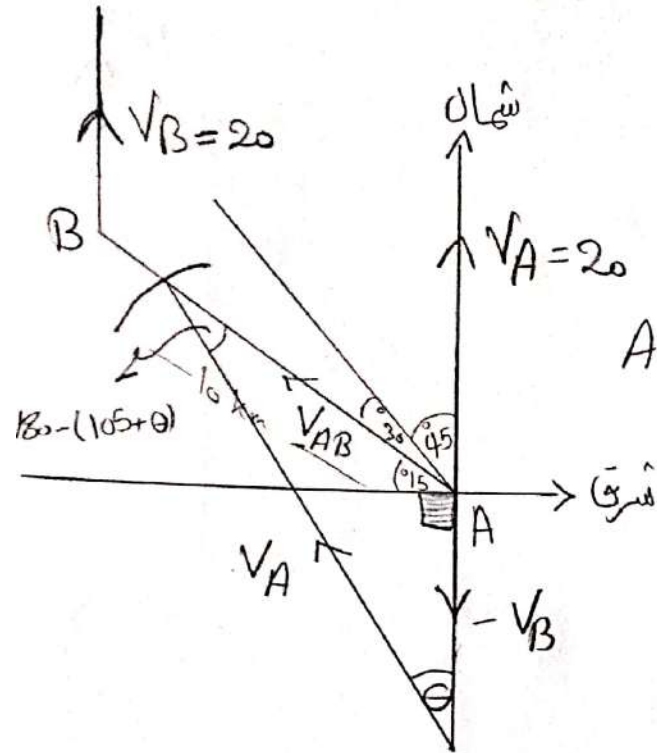
$$t = \frac{SA}{V_{AB}} \Rightarrow V_{AB} = 30 \sin \theta = 30 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = \boxed{10\sqrt{5}}$$

$$AS = ? \Rightarrow \cos \theta = \frac{AS}{AB} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{AS}{10} \Rightarrow AS = \frac{20}{3}$$

$$\therefore t = \frac{20/3}{10\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{15} \text{ hr}$$

يستطيع مدبرة أن تسيّر بسرعة  $30 \text{ km/h}$  فإذا كانت هناك باخرة تسيّر شمالاً  
 بسرعة  $20 \text{ km/hr}$  وكانت المسافة بينهما  $10 \text{ km}$  في اتجاه يمنع زاوية  $30^\circ$   
 مع الشمال الغربي أوجد الزمن اللازم حتى تلتحق المدبرة بالبخرة .

معرفين  $45/45^\circ$  الحل



نفرض أن سرعة البخرة  $V_B = 20 \text{ km/h}$   
 وسرعة المدبرة  $V_A = 30 \text{ km/hr}$

$$AB = 10$$

باستخدام قاعدة لامي

$$\frac{V_A}{\sin(105)} = \frac{V_B}{\sin(180 - (105 + \theta))} = \frac{V_{AB}}{\sin \theta}$$

$$\frac{30}{\sin(105)} = \frac{20}{\sin(\theta)} = \frac{V_{AB}}{\sin \theta}$$

$$\therefore 20 \sin \theta = V_{AB} \sin \theta \quad (\div \sin \theta)$$

$$\therefore \boxed{V_{AB} = 20}$$

$$\therefore t = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \frac{10}{20} = \boxed{0.5} \text{ hr}$$

الحل

# الميكانيكا (الخامس)

## ديناميكا (1)

### (المقدمات على مستوى أفقي)

المقدمات :- هو نقطة مادية تتحرك في مستوى رأسي تحت تأثير وزنها فقط  
دراسة الحركة :- (وتعتبر من أمثلة الحركة على مستوى)

نفرض نقطة مادية كتلتها  $m$  سقطت بسرعة  $u$  في اتجاه يميل بزاوية  $\alpha$  مع الأفق  
ونفرض أن نقطة السقوط هي نقطة الأصل .

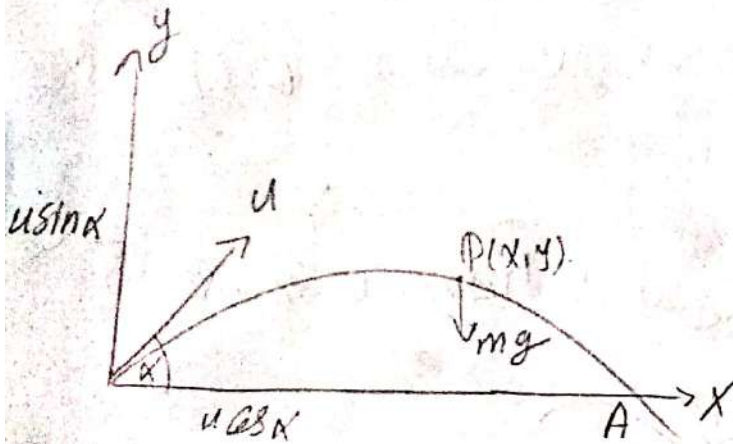
دعيب الموضع :-

نفرض أنه عند اللحظة الزمنية  $t$  كانت النقطة المادية عند الموضع  $P(x, y)$

القوة المؤثرة :-

الوزن  $mg$  رأسياً لأسفل .

معادلات الحركة :-



$$m\ddot{x} = 0 \quad (1)$$

$$m\ddot{y} = -mg \quad (2)$$

من (1) بالتكامل

$$m\ddot{x} = 0 \Rightarrow \ddot{x} = 0 \Rightarrow \dot{x} = C_1$$

ومن الشروط الابتدائية للحركة (at  $t=0, \dot{x} = u \cos \alpha, \dot{y} = u \sin \alpha$

$$x = 0, y = 0)$$

$$\therefore C_1 = u \cos \alpha \Rightarrow \dot{x} = u \cos \alpha \quad (3)$$

$$\therefore m\ddot{y} = -mg \Rightarrow \ddot{y} = -g \Rightarrow \dot{y} = -gt + C_2 \Rightarrow C_2 = u \sin \alpha$$

$$\therefore \dot{y} = u \sin \alpha - gt \quad (4)$$

$$\therefore \dot{x} = u \cos \alpha \Rightarrow x = ut \cos \alpha + C_3 \Rightarrow C_3 = 0$$

$$\therefore x = ut \cos \alpha \quad (5)$$

$$\ddot{y} = -g \Rightarrow y = ut \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2 + C_4$$

$$C_4 = 0 \Rightarrow \therefore \boxed{y = ut \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2} \rightarrow (6)$$

مطالب

[1] زمن أقصى ارتفاع  $t_H$  :- نضع  $\dot{y} = 0$  ونوجد  $t_H$  وهو زمن أقصى ارتفاع.

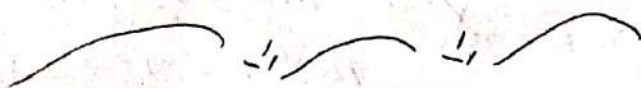
[2] أقصى ارتفاع :- نحوض بزمن أقصى ارتفاع  $y$ .

[3] زمن الميران  $t_f$  :- نضع  $y = 0$  ونوجد  $t_f$ .

[4] المدى (المسافة بين البداية والنهاية) :- نحوض بـ  $t_f$  في  $x$

$$\rightarrow R = x_{\max} \Big|_{t=t_f}$$

[5] أقصى  $R_{\max}$  :- نضع  $\alpha = \pi/4$ .



$$\boxed{y = x \tan \alpha - \frac{g x^2}{2 u^2} \sec^2 \alpha}$$

معادلة المسار :-

$$\text{or } y = x \tan \alpha - \frac{g x^2}{2 u^2 \cos^2 \alpha}$$

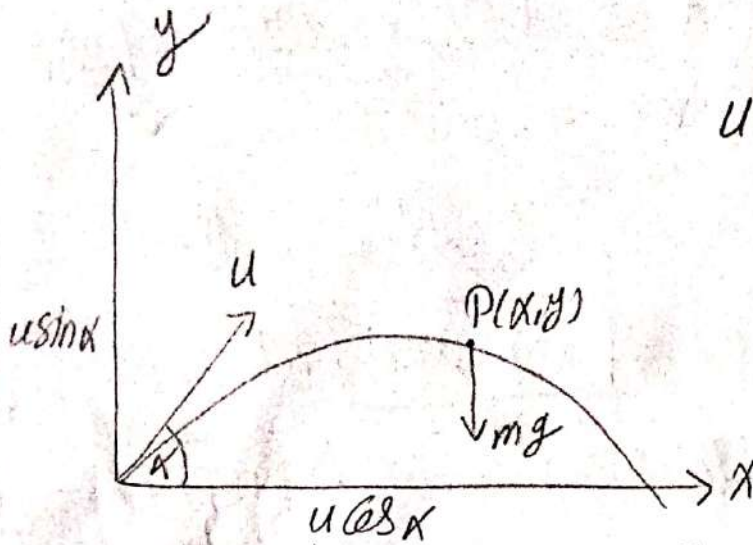
لأقذف جسم بسرعة 196 م/ث على المسوون الأفقى بزاوية 30° مع الأفق  
 ثوب - أقصى ارتفاع - زمن الطيران - المدى

الحل

نقضى أن سرعة القذف  $u = 196$   
 وزاوية القذف  $\alpha = 30^\circ$   
 معادلة الحركة:

$$m\ddot{x} = 0 \quad (1)$$

$$m\ddot{y} = -mg \quad (2)$$



$$m\ddot{x} = 0 \Rightarrow \ddot{x} = 0 \Rightarrow \dot{x} = C_1 \quad \leftarrow \text{من (1)}$$

من الشروط الابتدائية للحركة

$$(t=0, \dot{x} = u \cos \alpha, \dot{y} = u \sin \alpha, x = y = 0)$$

$$\therefore C_1 = u \cos \alpha \Rightarrow \boxed{\dot{x} = u \cos \alpha} \rightarrow (3)$$

$$x = ut \cos \alpha + C_2 \Rightarrow C_2 = 0 \Rightarrow \boxed{x = ut \cos \alpha} \Rightarrow (4)$$

$$\ddot{y} = -g \Rightarrow \dot{y} = -gt + C_3 \Rightarrow C_3 = u \sin \alpha \quad \leftarrow \text{من (2)}$$

$$\therefore \boxed{\dot{y} = u \sin \alpha - gt} \quad (5) \Rightarrow y = ut \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2 + C_4$$

$$C_4 = 0 \Rightarrow \boxed{y = ut \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2} \Rightarrow (6)$$

لإيجاد وقت ارتفاع تقع  $\dot{y} = 0$

$$u \sin \alpha = g t_H \Rightarrow t_H = \frac{u \sin \alpha}{g} \Rightarrow t_H = \frac{(196) \sin(30)}{9.8} = \boxed{10} \text{ s}$$

ولإيجاد أقصى ارتفاع:

$$y = ut_H \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2$$

$$= (196)(10) \sin(30) - \frac{1}{2}(9.8)(10)^2 = \boxed{490} \text{ m}$$

لييجاد زمن الطيران نضع  $y=0$

$$\therefore t(u \sin \alpha - \frac{1}{2} g t) = 0$$

$$\boxed{t_0 = 0} \text{ , } t_f = \frac{2u \sin \alpha}{g} = \frac{(2)(196) \sin(30)}{9.8} = \boxed{20} \text{ s}$$

$$R = X_{\max} = u t_f \cos \alpha \quad \therefore \text{لييجاد المسافة } R$$

$$= (196)(20) \cos(30) = \boxed{3394.82} \text{ m}$$

$$R_{\max} = u t_f \cos(45) = (196)(20) \cos(45) = \boxed{2771.86} \text{ m}$$

$$\alpha = \pi/4$$

ك) أطلقت قذيفة من حافة تلة يطل على البحر بسوية 192 ft/sec في اتجاه يرفع زاوية مقدارها  $\sin^{-1}(1/2)$  فوق البعد الأفقي للقذيفة عندما يتلاقى مع سطح البحر، فإذا كان ارتفاع التل  $R$  25 ft فوق سطح البحر.

الحل

$$u = 192 \text{ ft/sec} , \alpha = 30^\circ$$

الشروط الابتدائية للحركة  $h = 25 \text{ ft}$

$$\text{at } t=0 , \dot{x} = u \cos \alpha , \dot{y} = u \sin \alpha$$

$$x = 0 , y = h$$

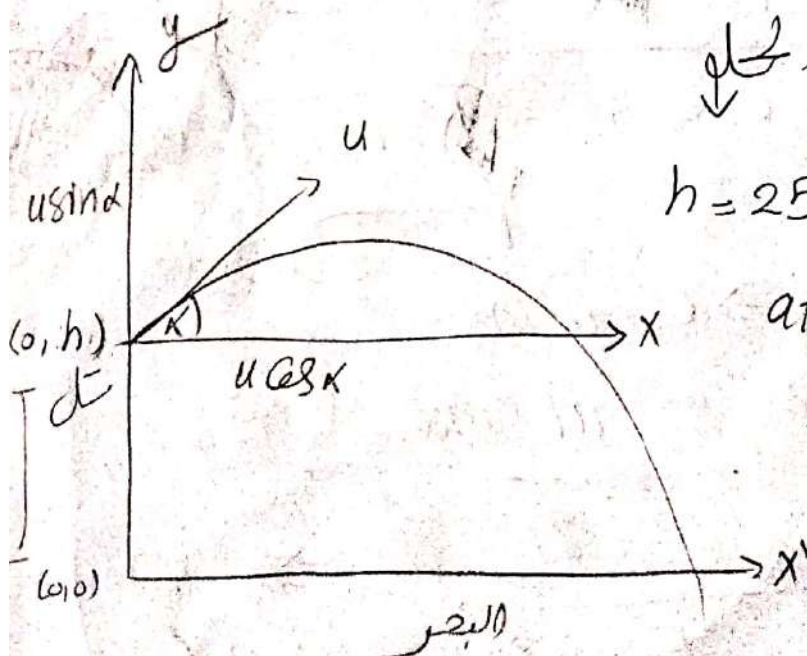
معادلات الحركة :-

$$m \ddot{x} = 0 \Rightarrow \dot{x} = u \cos \alpha$$

$$\boxed{x = u t \cos \alpha}$$

$$m \ddot{y} = -m g \Rightarrow \ddot{y} = -g \Rightarrow \dot{y} = -g t + u \sin \alpha$$

$$\boxed{y = u t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2 + h}$$



لييجاد المسافة:  $y=0$

$$(192)t \cdot \sin(30) - \frac{1}{2} (32.2)(t^2) + 25 = 0$$

$$96t - \frac{161}{10} t^2 + 25 = 0$$

$$\boxed{t_f = 6.2}$$

$$, \boxed{t = -0.25}$$

مرفوض  $\rightarrow$

$$R = X_{max} = ut_f \cos(30) = (192)(6.2) \cos(30) = \boxed{1030.9} \text{ ft}$$

وليجاد وقت المسافة:  $\alpha = \frac{\pi}{4}$

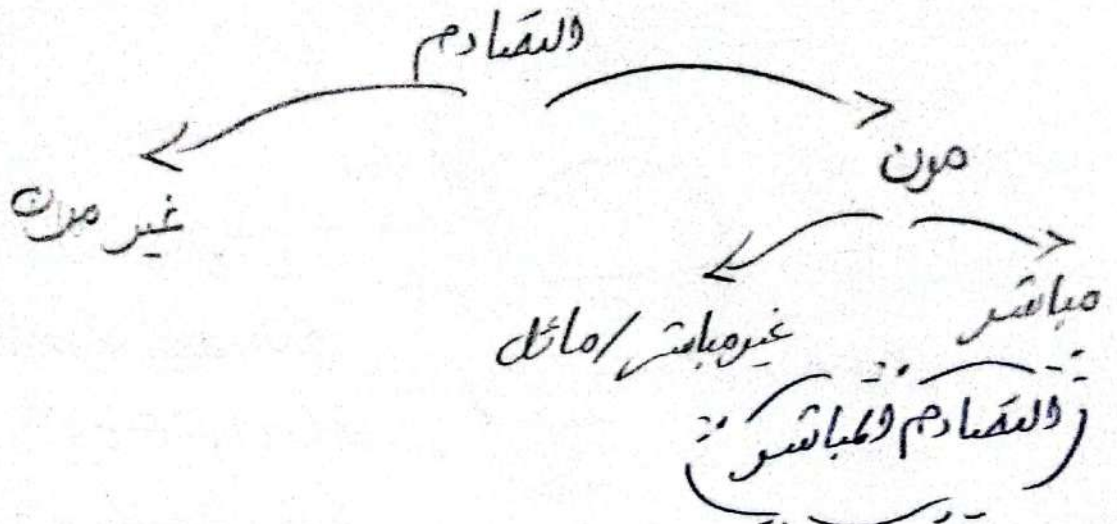
$$\therefore R_{max} = ut_f \cos(45) = (192)(6.2) \cos(45) \\ = \boxed{841.74} \text{ ft}$$



بسم الله الرحمن الرحيم

المسكيت  
المسار

التصادم المباشر



نفرض أن لدينا كرتين A, B كتلتها  $m_1, m_2$  وألوان سرعتهما قبل التصادم هما  $u_1, u_2$  وسرعتهما بعد التصادم هما  $v_1, v_2$  على الترتيب وباعتبار أن التصادم بين الكرتين تصادم مباشر. ومن قانون بقاء كمية الحركة (كمية الحركة قبل التصادم) = (كمية الحركة بعد التصادم)

$$\therefore m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \rightarrow (1)$$

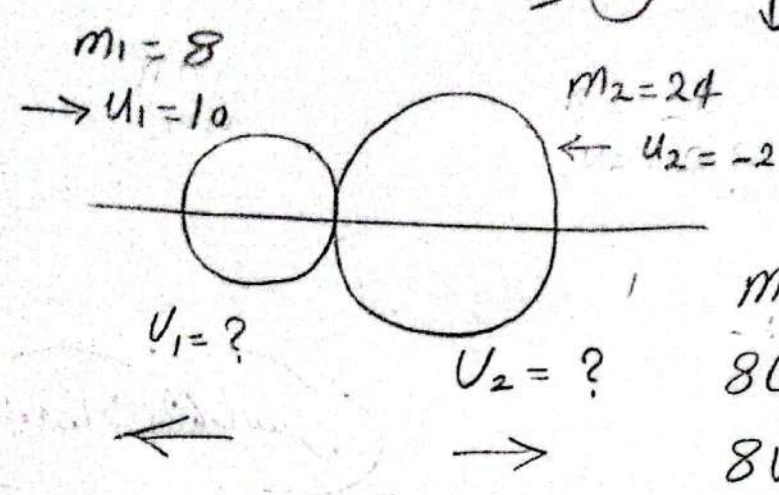
قانون نيوتن التجريبي: عندما يصطدم جسمان تصادم مباشر فإن سرعتهما النسبية بعد التصادم تتناسب مع سرعتهما النسبية قبل التصادم وفي الاتجاه العكسي.

$$\frac{v_2 - v_1}{u_2 - u_1} = -e \Rightarrow v_2 - v_1 = -e(u_2 - u_1) \rightarrow (2)$$

حيث  $e$  مقدار ثابت موجب ويسمى معامل الارتداد.  
 $e = 1$  إذا كان الجسم نام والمرونة.  
 $e = 0$  إذا كان الجسم غير مرن.

نظام كرة كتلتها 8 كجم تتحرك بسرعة 10 م/ث تقاربا مع كرة أخرى كتلتها 24 كجم وتتحرك بسرعة 2 م/ث في الاتجاه المعاكس. إذا كان  $e = \frac{1}{2}$  فوجد السرعة بعد التصادم.

الحل:  $\rightarrow$  اتجاه الحركة  $\oplus$



من قانون ثبات كمية الحركة:

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$8(10) + 24(-2) = 8v_1 + 24v_2$$

$$8v_1 + 24v_2 = 32 \rightarrow (1)$$

ومن قانون ثبات الطاقة:

$$v_2 - v_1 = -e(u_2 - u_1)$$

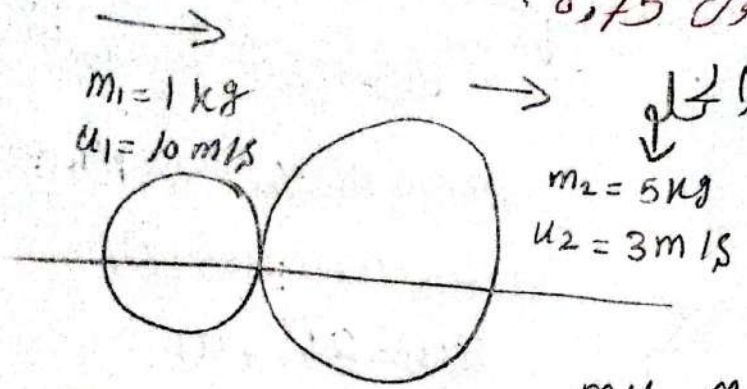
$$-v_1 + v_2 = \frac{1}{2}(-2 - 10) \Rightarrow -v_1 + v_2 = 6 \rightarrow (2)$$

$$\therefore \left[ v_1 = \frac{-7}{2} \right], \left[ v_2 = \frac{5}{2} \right]$$

نلاحظ أن اتجاه حركة الكرتين انعكس.



بما أن كتلتها أكبر تتحرك بسرعة 10 م/ث. وأصلحتم بحركة أفقية  
 كتلتها 5 كجم تتحرك في نفس الاتجاه بسرعة 3 م/ث. وأولاً لنفقد  
 في طاقة الحركة أثناء التصادم، وبين أن اتجاه حركة التوتل يتغير  
 حيث مكامل الارتداد سيكون 0.75.



من قانون بقاء كمية الحركة:

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$(1)(10) + (5)(3) = v_1 + 5v_2$$

$$\therefore v_1 + 5v_2 = 25 \rightarrow (1)$$

ومن قانون نيوتن التجريبي

$$v_2 - v_1 = -e(u_2 - u_1) \Rightarrow -v_1 + v_2 = \frac{-3}{4}(3 - 10)$$

$$\therefore -v_1 + v_2 = \frac{23}{4} \rightarrow (2)$$

وبعد (1) (2) أمثلاً نجد أن

$$\boxed{v_1 = \frac{-5}{8}, v_2 = \frac{41}{8}}$$

نجد أن اتجاه حركة التوتل يتغير.

$$\begin{aligned} \text{الطاقة في الحركة} &= \left( \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \right) - \left( \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right) \\ &= \left( \frac{1}{2} \times (1)(10)^2 + \frac{1}{2} (5)(3)^2 \right) - \left( \frac{1}{2} (1) \left( \frac{-5}{8} \right)^2 + \frac{1}{2} (5) \left( \frac{41}{8} \right)^2 \right) \\ &= \boxed{59.17} \end{aligned}$$

3 كرة كتلتها 2 كجم، اصطفت كرة أخرى ساكنة كتلتها 1 كجم، فإذا كانت سرعة الكرة المتحركة بعد التصادم هي نصف سرعة الكرة المتحركة قبل التصادم، فوجد معامل اللزوجة.

الحل

من قانون بقاء كمية الحركة

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$2u_1 + (0) = 2v_1 + u_1$$

$$2u_1 = 2v_1 + u_1$$

$$u_1 = 2v_1 \rightarrow (1)$$

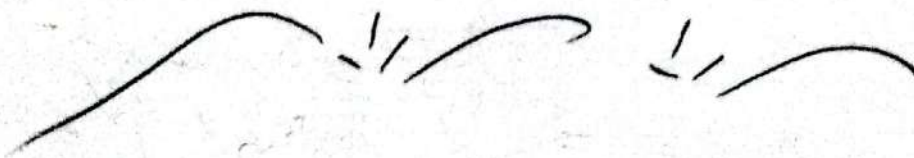
ومن قانون بقاء الطاقة الحركية

$$v_2 - v_1 = -e(u_2 - u_1)$$

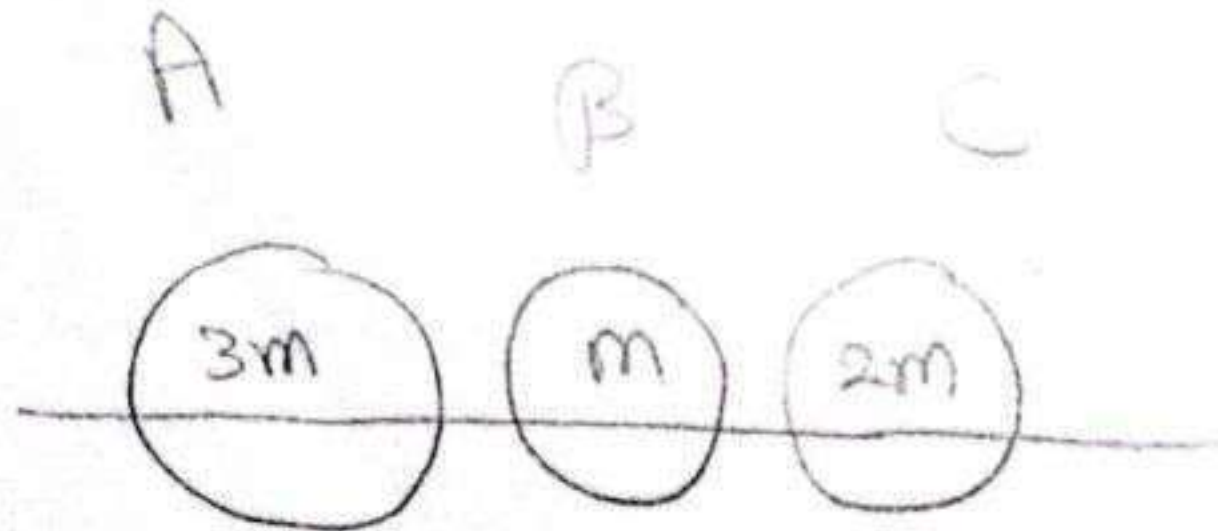
$$u_1 - v_1 = -e(0 - u_1)$$

$$u_1 - v_1 = eu_1 \Rightarrow u_1 - \frac{1}{2}u_1 = eu_1$$

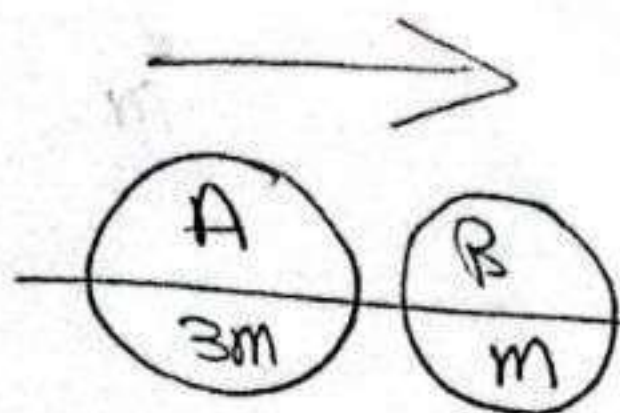
$$\therefore \frac{1}{2}u_1 = eu_1 \Rightarrow \boxed{e = \frac{1}{2}} \neq$$



**مثال(2):** ثلاث كرات  $A, B, C$  كتلة كل منها علي الترتيب  $3m, m, 2m$  وضعت جميعا علي منضدة ملساء بحيث كانت المراكز علي خط مستقيم وقذفت  $A$  لتصطدم مع  $B$ . اثبت أن  $B$  تسكن مباشرة بعد اصطدامها الأول مع  $C$ . وبرهن أن التصادمات سوف تتوقف بعد التصادم الثاني للكرة  $B$  مع الكرة  $C$ ، حيث معامل الارتداد هو  $e = 1/2$ .



أولاً:  $A$  تصطدم مع  $B$



تفرض أن سرعة  $A$  قبل الاصطدام  $u_1 = u$

وبعد الاصطدام  $V_1$  ، وسرعة  $B$  قبل

الاصطدام  $u_2 = 0$  وبعد الاصطدام  $V_2$  ،

من قانون بقاء كمية الحركة

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 V_1 + m_2 V_2 \Rightarrow 3mu + 0 = 3mV_1 + mV_2 \Rightarrow 3u = 3V_1 + V_2 \rightarrow (1)$$

و من قانون نيوتن التجريبي

$$V_2 - V_1 = -e(u_2 - u_1) \Rightarrow V_2 - V_1 = \frac{1}{2}u$$

$$-2V_1 + 2V_2 = u \rightarrow (2)$$

كل (1) (2) معاً نجد أن  $V_1 = \frac{5}{8}u$  ،  $V_2 = \frac{9}{8}u$

$V_2 > V_1$  أي أن  $B$  تتحرك أسرع من  $A$  وبالتالي فإن

$B$  سوف تصطدم بـ  $C$  . وبفرض أن سرعة  $B$  قبل الاصطدام

$V_2 = \frac{9}{8}u$  وبعد الاصطدام  $V_2'$  ، وسرعة  $C$  قبل الاصطدام  $u_3 = 0$

وبعد الاصطدام  $V_3'$

من قانون نيوتن التجريبي

$$m(\frac{9u}{8}) + 2m(0) = mV_2' + 2mV_3'$$

$$V_2' + 2V_3' = \frac{9}{8}u \rightarrow (3)$$

ومن قانون نيوتن التجريب

$$V_3' - V_2' = \frac{1}{2} (0 - \frac{9}{8} u)$$

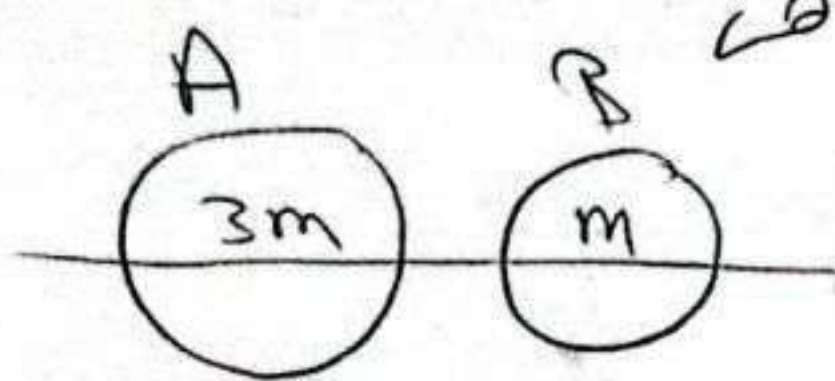
$$\therefore -V_2' + V_3' = \frac{9}{16} u \rightarrow (4)$$

وبعد (4) معًا نجد أن

$$\boxed{V_2' = 0, \quad V_3' = \frac{9u}{16}}$$

نجد أن سرعة B بعد التصادم مع C تزيد من

رأي أن B تسكن. ولكن A مازالت تتحرك بالسرعة  $V_1 = \frac{5u}{8}$  وبالتالي فإن A سوف تقطع ثانية بـ B الساكنة.



بقصره من سرعة A قبل التصادم هي

$$V_1 = V_4 = \frac{5}{8} u$$

$$V_4' = 0 \text{ سرعة B قبل التصادم}$$

$$V_5' \text{ وبعد التصادم}$$

من قانون نيوتن التجريب

$$3m (\frac{5}{8} u) + m(0) = 3m V_4' + m V_5'$$

$$\therefore \frac{15}{8} u = 3V_4' + V_5'$$

$$\rightarrow (5)$$

ومن قانون نيوتن التجريب

$$V_5' - V_4' = -\frac{1}{2} (0 - \frac{5}{8} u)$$

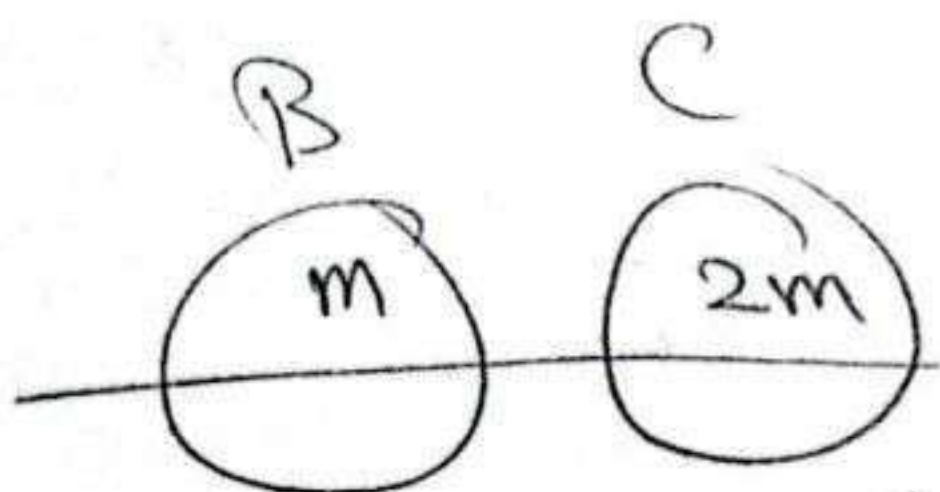
$$\Rightarrow V_5' - V_4' = \frac{5}{16} u \rightarrow (6)$$

$$\boxed{V_4' = \frac{25}{64} u, \quad V_5' = \frac{45}{64} u}$$

وبعد (6) معًا نجد أن

نتلاحظ أن سرعة B بعد التصادم ( $V_5'$ ) أكبر من سرعة C

في الحالة السابقة  $V_3' = \frac{9u}{16}$   $\therefore$  B تقطع بـ C مرة أخرى



لحركة B قبل التصادم  $V_5' = \frac{45u}{64}$

وبعد التصادم  $V_6'$

ولحركة C قبل التصادم  $V_3' = \frac{9u}{16}$  وبعد التصادم  $V_7'$

∴ مع قانون ريموند كمية الحركة

$$m\left(\frac{45u}{64}\right) + 2m\left(\frac{9u}{16}\right) = mV_6' + 2mV_7'$$

$$\therefore V_6' + 2V_7' = \frac{117}{64}u \rightarrow \textcircled{7}$$

ومن قانون ليونارد التجريب

$$V_7' - V_6' = \frac{1}{2} \left( \frac{9u}{16} - \frac{45u}{64} \right)$$

$$-V_6' + V_7' = \frac{9u}{128} \rightarrow \textcircled{8}$$

كل (7) و (8) معاً نحصل على

$$\boxed{V_6' = \frac{9}{16}u}, \boxed{V_7' = \frac{81}{128}u}$$

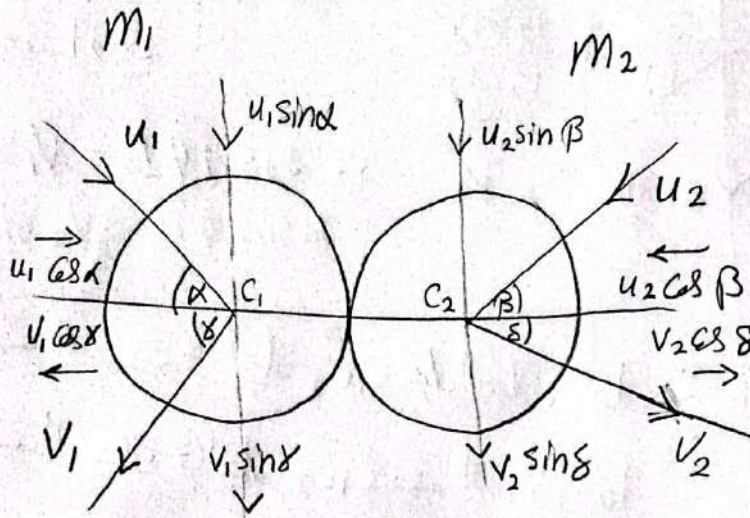
نجد أن  $V_6' < V_7'$  وفي نفس الاتجاه

وبالتالي لم يحدث تصادم مرة أخرى.

الميكانيكا الكلاسيكية  
المسألة الأولى من مسائل

الاصادم الغير مباشر

بفرض  $A, B$  كرتان كتلتها  $m_1, m_2$  ومركز  $A$  هو  $C_1$  ومركز  $B$  هو  $C_2$  وثن سرعتهما  $u_1, u_2$  ويميلان بزاوية  $\alpha, \beta$  على الخط الواصل بين مركزيهما (قبل الاصادم). وبعد الاصادم كانت سرعتهما  $v_1, v_2$  وبمزاوية  $\delta, \epsilon$ .



بما أن الكرتان متساويتان  
ولذلك بعد الاصادم يكون  
جانب مركبة السرعة في هذا  
الاتجاه متساوية.

$$\therefore u_1 \sin \alpha = v_1 \sin \delta \rightarrow (1)$$

$$u_2 \sin \beta = v_2 \sin \epsilon \rightarrow (2)$$

\* مركبات السرعة في اتجاه  $\vec{C_1 C_2}$  قبل الاصادم هما  $u_1 \cos \alpha, -u_2 \cos \beta$   
\* مركبات السرعة في اتجاه  $\vec{C_1 C_2}$  بعد الاصادم هما  $-v_1 \cos \delta, v_2 \cos \epsilon$   
ومن قانون بقاء كمية الحركة :-

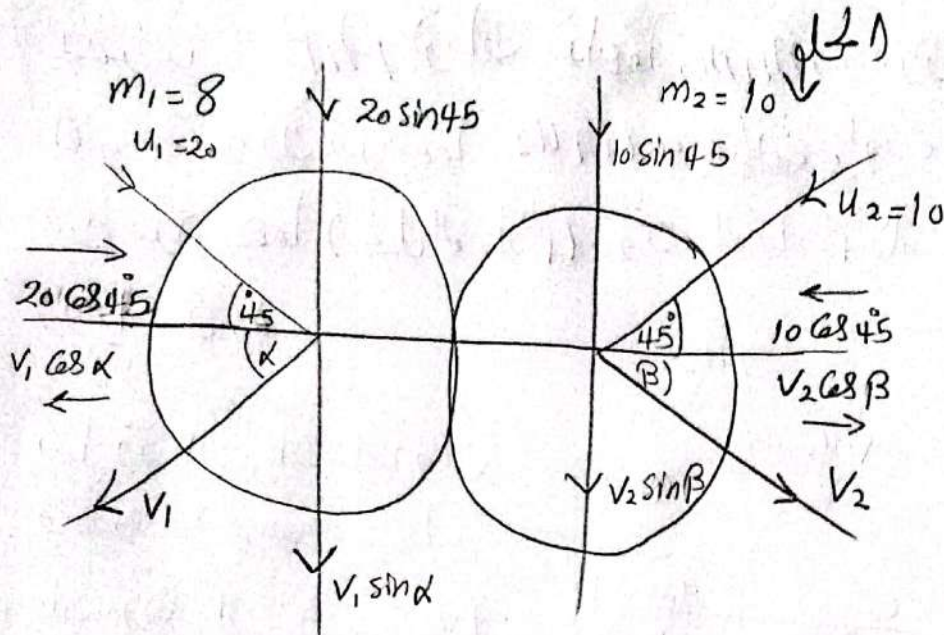
$$m_1(u_1 \cos \alpha) + m_2(-u_2 \cos \beta) = m_1(-v_1 \cos \delta) + m_2(v_2 \cos \epsilon) \rightarrow (3)$$

ومن قانون نيوتن التجاذب :-

$$v_2 \cos \epsilon - (-v_1 \cos \delta) = -e(-u_2 \cos \beta - u_1 \cos \alpha) \rightarrow (4)$$

ثم نوجد للحلول

تقرين / كرتان متساويان الكتلة 10، 8 تتحرك بسرعة 10، 20 على الترتيب  
في اتجاهين متعاكسين لمنع كل منهما زوايا 45° مع خط المراكز عند التصادم.  
أثبت أن زواياهما حركتهما بعد التصادم متساويتان. حيث أن معامل الارتداد  $\frac{19}{20}$



بما أن الكرتان متساويان وليست  
شوك بينهما (خوشتكك)  
فإن مركبات السرعة في هذا  
الاتجاه متساوية

$$\begin{aligned} \therefore 20 \sin 45 &= V_1 \sin \alpha \quad (1) \\ 10 \sin 45 &= V_2 \sin \beta \quad (2) \end{aligned}$$

مركبات السرعة في اتجاه  $\vec{C_1C_2}$  قبل التصادم هما  
مركبات السرعة في اتجاه  $\vec{C_1C_2}$  بعد التصادم هما  
من قانون بقاء كمية الحركة :

“مجموع كمية الحركة قبل التصادم = مجموع كمية الحركة بعد التصادم”

$$\therefore 8(20 \cos 45) + 10(-10 \cos 45) = 8(-V_1 \cos \alpha) + 10(V_2 \cos \beta)$$

$$80\sqrt{2} - 50\sqrt{2} = -8V_1 \cos \alpha + 10V_2 \cos \beta$$

$$(30\sqrt{2} = -8V_1 \cos \alpha + 10V_2 \cos \beta) \rightarrow (3)$$

ومن قانون ليونج التجريب

$$V_2 \cos \beta - (-V_1 \cos \alpha) = -e(-10 \cos 45 - 20 \cos 45)$$

$$V_2 \cos \beta + V_1 \cos \alpha = \frac{-19}{20}(-15\sqrt{2}) = \frac{57\sqrt{2}}{4}$$

$$\therefore \left| \frac{57\sqrt{2}}{4} = V_1 \cos \alpha + V_2 \cos \beta \right| \rightarrow (4)$$

مع (3) (4)

$$(3) \quad -8V_1 \cos \alpha + 10V_2 \cos \beta = 30\sqrt{2}$$

$$(4) \quad V_1 \cos \alpha + V_2 \cos \beta = \frac{57\sqrt{2}}{4}$$

بهدف (4) في (10) ثم الجمع مع (3)

$$-10V_1 \cos \alpha - 10V_2 \cos \beta = \frac{-285\sqrt{2}}{2}$$

$$-8V_1 \cos \alpha + 10V_2 \cos \beta = 30\sqrt{2}$$

$$-18V_1 \cos \alpha = \frac{-225\sqrt{2}}{2} \quad (+ -18)$$

$$\therefore V_1 \cos \alpha = \frac{25\sqrt{2}}{4} \rightarrow (5)$$

ونقسم (5) على (1)

$$\frac{V_1 \sin \alpha}{V_1 \cos \alpha} = \frac{10 \sin(45^\circ)}{25\sqrt{2}/4} = \frac{8}{5} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{8}{5}$$

بهدف (4) في (8) ثم الجمع مع (3)

$$8V_1 \cos \alpha + 8V_2 \cos \beta = 114\sqrt{2}$$

$$-8V_1 \cos \alpha + 10V_2 \cos \beta = 30\sqrt{2}$$

$$18V_2 \cos \beta = 144\sqrt{2} \Rightarrow V_2 \cos \beta = 8\sqrt{2}$$

$$\frac{V_2 \sin \beta}{V_2 \cos \beta} = \frac{10 \sin 45^\circ}{8\sqrt{2}} = \frac{5}{8} \quad (2) \text{ على } (7) \text{ بقسم}$$

$$\therefore \tan \beta = \frac{5}{8} \rightarrow (8)$$

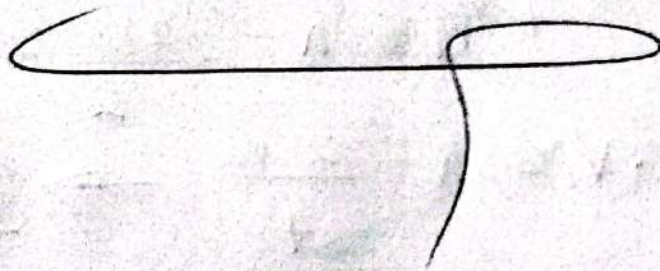
ولذلك نثبت أن مركبهما بعد السقوط متعامدان (معكوس بـ  $90^\circ$ )

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\text{رقب}}{\text{صفر}}$$

$$\therefore \tan(\alpha + \beta) = \frac{8/5 + 5/8}{1 - (8/5)(5/8)} = \frac{89/40}{\text{صفر}} = \infty$$

$$\therefore \alpha + \beta = 90^\circ$$

أي أن اتجاه مركبهما متعامدان .

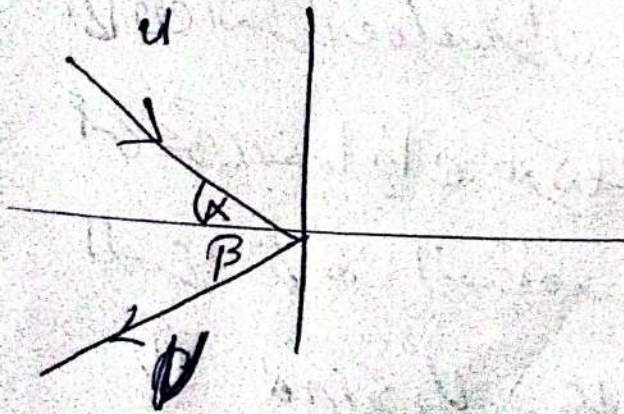


د/ياسر العزوني

انقسام المائل / العكس

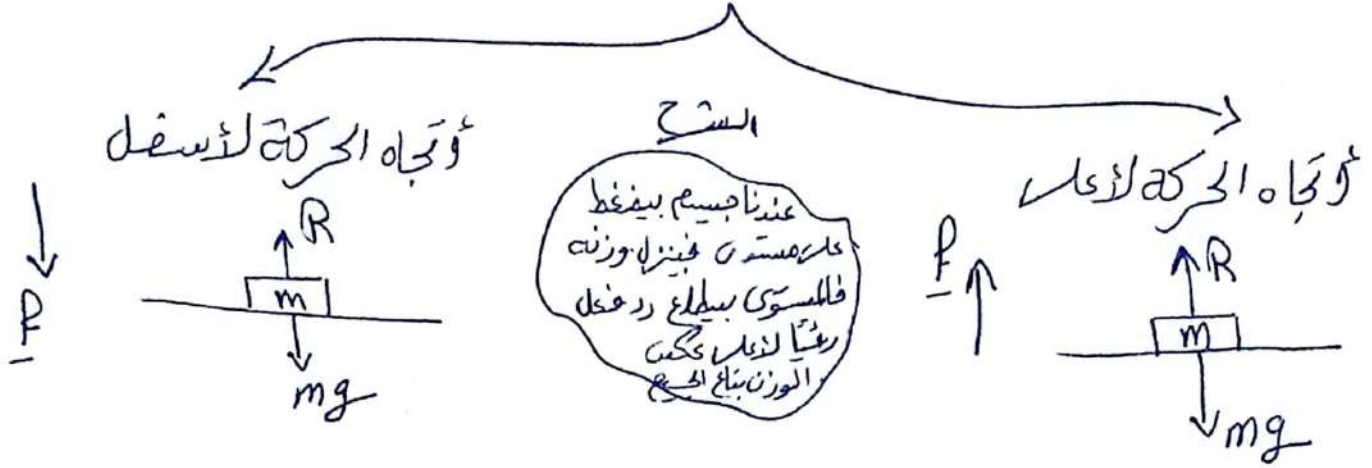
ر-ر-ر

ماذا يحدث لشعاع ضوئي عندما يسقط على مرآة بزواوية؟  
بزاوية و يكون عكس زواوية سقوط وزاوية الانعكاس.



## الحركة على مستوى مائل فنت

\* إذا كان لدينا جسم كتلته  $m$  مستقر على مستوى فنت:



- والقوة المؤثرة في الحالتين :- [أ] الوزن رأسيًا لأسفل .
- [ب] رد الفعل رأسيًا لأعلى .

• معادلة الحركة:  $\Sigma F = ma$  الكتلة  $\times$  العجلة = القوة المؤثرة في اتجاه العجلة (من قانون نيوتن الثاني)

إذا كانت الحركة منتظمة  $\Rightarrow$  : من قانون نيوتن الأول  $\Rightarrow$  : المعادلة الواقعة على الجسم = صفر  
 $\therefore$  القوة لأعلى = القوة لأسفل

ولوقت هتكتب معادلة الحركة على الحالتين إذا كان :-

اتجاه الحركة لأسفل

$$mg = R + F$$

$$R = mg - F$$

اتجاه الحركة لأعلى

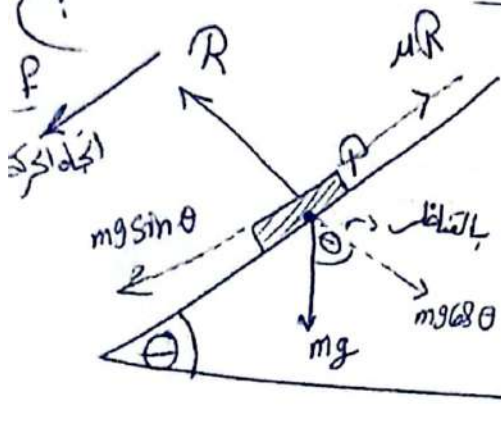
$$R - mg = F$$

$$R = mg + F$$



٢١

أدرس حركة نقطة مادية تتحرك إلى أسفل على مستوى مائل فحسب



أولاً هنرسم للمستوى المائل ونفرض أنه عند اللحظة الزمنية  $t$  كان الجسم عند الموضع  $P$ . القوة المؤثرة:

الوزن  $mg$  رأسياً لأسفل.

رد الفعل  $R$  ويكون عموداً على المستوى المائل.

ثانياً قوة الاحتكاك  $\mu R$  حيث  $\mu$  هو معامل الاحتكاك  $\mu = \tan(\alpha)$  ~~فحسب~~  $R$  هو رد الفعل (قوة الاحتكاك تظهر فقط في حالة إذا كان الجسم في حالة حركة). وتكون نكس اتجاه الحركة.

مكونات الوزن

معادلات الحركة:

$$R = mg \cos \theta \quad (1)$$

$$m f = mg \sin \theta - \mu R \quad (2)$$

بالتعويض من (1) في (2)

$$\therefore m f = mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta \quad (\div m)$$

$$f = g \sin \theta - \mu g \cos \theta = g (\sin \theta - \mu \cos \theta)$$

$\mu = \tan(\alpha)$

$$f = g [\sin \theta - \tan(\alpha) \cos \theta]$$

$$f = g \left[ \sin \theta - \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \cos \theta \right]$$

$$f = g \left[ \frac{\sin \theta}{1} - \frac{\sin(\alpha) \cos \theta}{\cos(\alpha)} \right] \quad \text{بتوحيد المقامات}$$

$$f = g \left[ \frac{\sin \theta \cos(\alpha) - \sin(\alpha) \cos \theta}{\cos(\alpha)} \right] = g \frac{\sin(\theta - \alpha)}{\cos(\alpha)}$$

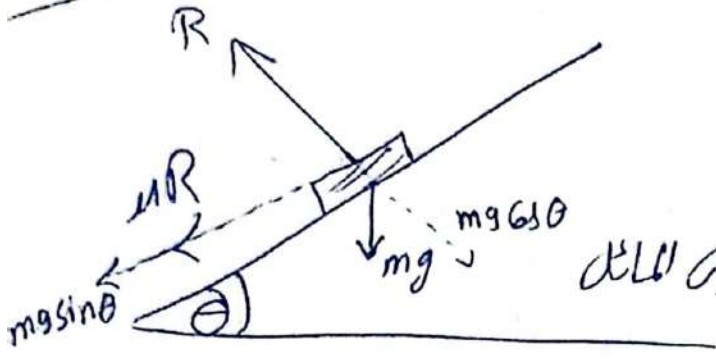
$$\therefore f = g \frac{\sin(\theta - \alpha)}{\cos(\alpha)}$$

نلاحظ

$$\sin(a \pm b) = \sin(a) \cos(b) \pm \cos(a) \sin(b)$$

[3]

أدرس حركة نقطة مادية تتحرك إلى أعلى على مستوى مائل فشت؟ اتجاه الحركة



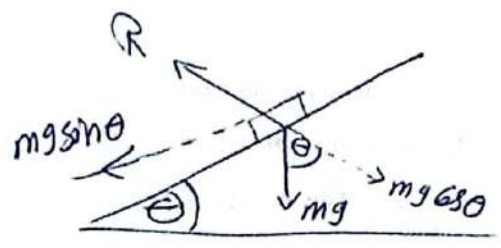
القوة المؤثرة :-

[1] الوزن  $mg$  رأسياً لأسفل

[2] رد الفعل  $R$  عمودياً على المستوى المائل

[3] قوة الاحتكاك  $\mu R$

معادلة الحركة :-



(1)  $R = mg \cos \theta$

(2)  $mF = -mg \sin \theta - \mu R$

بالعوض من (1) في (2)

$mF = -mg \sin \theta - \tan(\mu) mg \cos \theta$  ( $\div m$ )

$F = -g \sin \theta - g \frac{\sin(\mu)}{\cos(\mu)} \cos \theta$

$= -g \left[ \frac{\sin \theta}{1} + \frac{\sin(\mu) \cos \theta}{\cos(\mu)} \right]$  بتوحيد المقام

$= -g \left[ \frac{\sin \theta \cos(\mu) + \sin(\mu) \cos \theta}{\cos(\mu)} \right]$

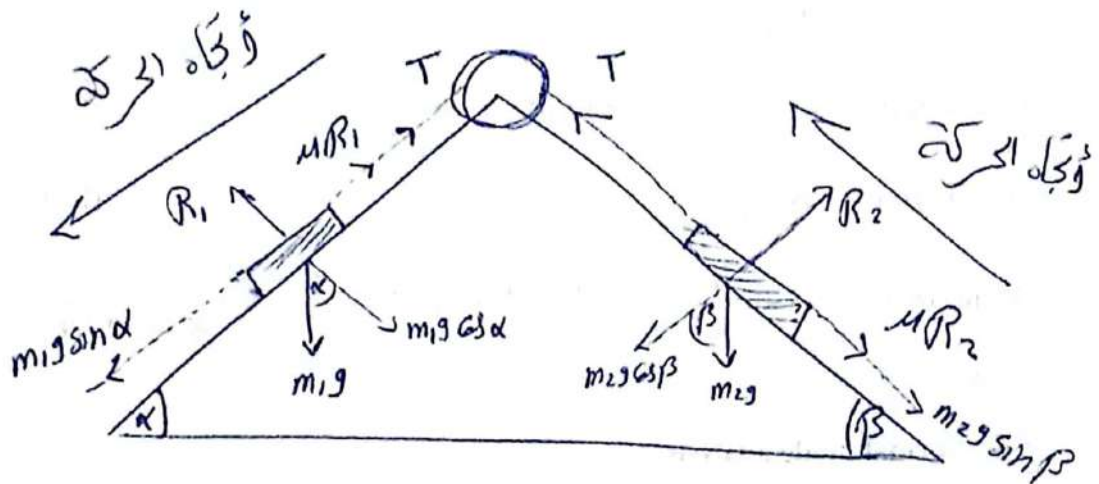
$= \frac{-g}{\cos(\mu)} \left[ \sin \theta \cos(\mu) + \sin(\mu) \cos \theta \right]$

$= \frac{-g}{\cos(\mu)} \sin(\theta + \mu)$

$\therefore F = -g \frac{\sin(\theta + \mu)}{\cos(\mu)}$

مستويان ضئيلان مائلان ، لهما نفس الزاوية  $\alpha$  و  $\beta$  . وضع جسمين كتلتهما  $m_1$  و  $m_2$  على السطحين ، وربطهما بخيط يمر على بكر صغيرة فليسألهما القوة المشتركة للمستويين . فإذا كان معامل الاحتكاك هو  $\mu$  للمستويين ، فوجد القوة المشتركة والشدة في الخيط .

الحل



القوة المؤثرة على

- (١) الشد في الخيط ( يكون باتجاه البكرة " البكرة تنبسط الخيط باتجاهها " )
- (٢) قوة الاحتكاك ( تكون عكس اتجاه الحركة )
- (٣) الوزن رأسياً لأسفل

← بفرض أن الجسم الأول كتلته  $m_1$  ورد فعله  $R_1$  والجسم الثاني كتلته  $m_2$  ورد فعله  $R_2$  ، والدجلة المشتركة للجسمين هي  $F$  .

معادلات الحركة للجسم الأول كتلته  $m_1$  :-

$$R_1 = m_1 g \cos(\alpha) \quad \rightarrow (1)$$

$$m_1 F = m_1 g \sin(\alpha) - T - \mu R_1 \quad \rightarrow (2)$$

$$m_1 F = m_1 g \sin \alpha - T - \mu m_1 g \cos(\alpha) \quad \rightarrow (3)$$

معادلة الحركة للجسم الثاني الذي كتلته  $m_2$  [5]

$$R_2 = m_2 g \cos(\beta) \rightarrow (4)$$

$$m_2 f = T - \mu R_2 - m_2 g \sin(\beta) \rightarrow (5)$$

بالتعويض من (4) في (5)

$$m_2 f = T - \mu m_2 g \cos(\beta) - m_2 g \sin(\beta) \rightarrow (6)$$

من (3) و (6) بالجمع

$$f(m_1 + m_2) = m_1 g \sin(\alpha) - \mu m_1 g \cos(\alpha) - \mu m_2 g \cos(\beta) - m_2 g \sin(\beta)$$

$$f(m_1 + m_2) = m_1 g (\sin(\alpha) - \mu \cos(\alpha)) - m_2 g (\mu \cos(\beta) + \sin(\beta))$$

$$\therefore f = \frac{m_1 g (\sin(\alpha) - \mu \cos(\alpha)) - m_2 g (\mu \cos(\beta) + \sin(\beta))}{m_1 + m_2}$$

وليجاد  $T$  من المعادلة (2)

$$T = m_1 g \sin(\alpha) - \mu R_1 - m_1 f$$

وبالتعويض بـ  $f$  نوجد  $T$ .

وهكذا نجد معادلة (5)

$$T = m_2 f + \mu R_2 + m_2 g \sin(\beta)$$